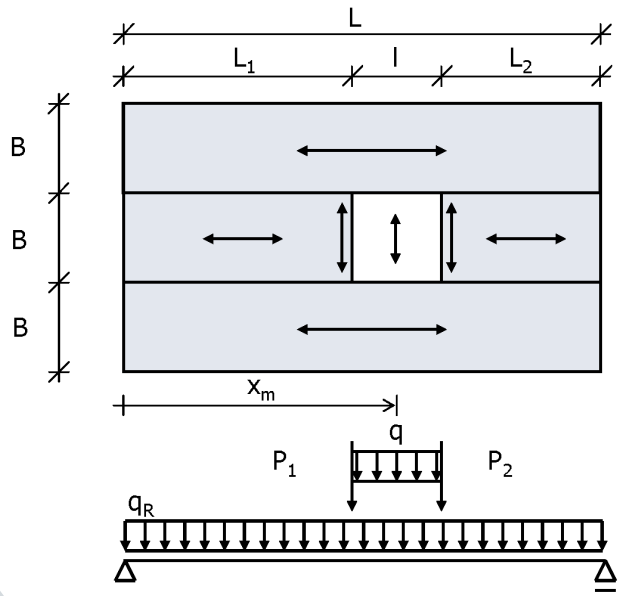
IFBS Industrieverband für Bausysteme im Metallleichtbau

Ihr starker Partner für einen starken Baustoff



Statik

Berechnungsverfahren für Wand-Sandwichelemente mit Öffnungen

5.09

Mai 2006

Statik

Berechnungsverfahren für Wand-Sandwichelemente mit Öffnungen

Mai 2006

Aufgestellt von
Dr.-Ing. Marc Böttcher

Herausgegeben vom

IFBS e. V.
Max-Planck-Str. 4
40237 Düsseldorf
www.ifbs.de
Telefon: 0211 91427-0

Inhalt **Seite**

1	**Einleitung**	5
1.1	Einführung in die Sandwichtechnik	5
1.2	Abgrenzung des Öffnungsbegriffs	6
1.3	Berechnungsgrundlagen und Anwendungsgrenzen	6
2	**Ermittlung von Verformungen und Schnittgrößen**	9
2.1	Grundlagen	9
2.2	TNO-Report	10
2.3	Schubsteifer Biegestab im Einfeldsystem	11
2.4	Schubsteifer Biegestab im Durchlaufsystem	16
3	**Das Grenzöffnungsdiagramm**	20
3.1	Nachweise auf der Basis bauaufsichtlicher Zulassungen	20
3.2	Ermittlung von Grenzöffnungen für Einfeldträger	20
3.3	Ermittlung von Grenzöffnungen für Zweifeldträger	22
3.4	Beispielberechnung	25
4	**Der Elementverband mit Vollausschnitten**	30
4.1	Berechnungsmodell und Schnittgrößen	30
4.2	Verformungen	32
4.3	Nachweisverfahren	33
4.4	Beispielberechnung	36
5	**Zusammenfassung**	41
6	**Verzeichnisse**	41
6.1	Literaturverweise	41
6.2	Symbolverzeichnis	42

1 Einleitung

1.1 Einführung in die Sandwichtechnik

Sandwichelemente für die baupraktische Anwendung bilden als Fassadenelemente die Außenhülle eines Gebäudes. Sie werden in großem Umfang bei den unterschiedlichsten Bauwerken als lastabtragende Dach- und Wandelemente eingesetzt (siehe Bild 1.1).

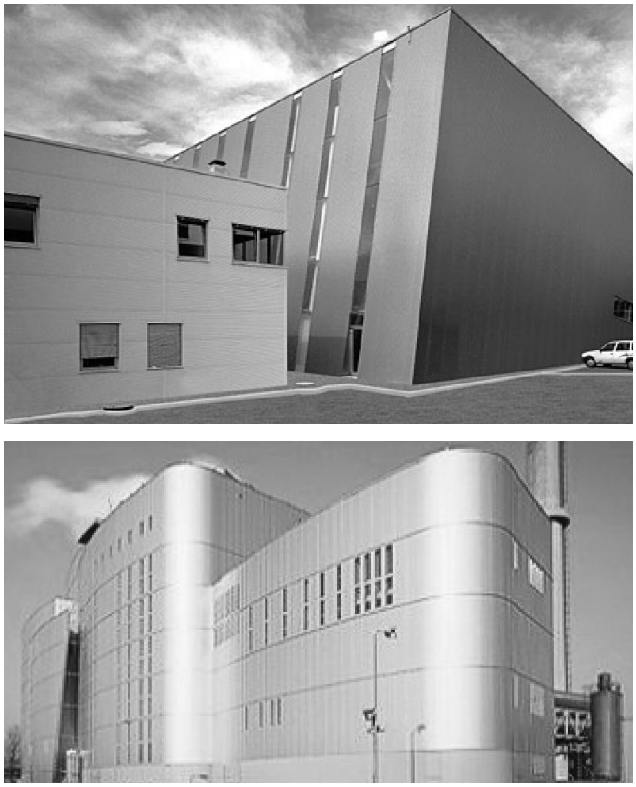


Bild 1.1: Sandwich-Fassaden

Die im Bauwesen verwendeten Sandwichelemente sind Dreischicht-Verbundelemente mit einer konstanten Gesamtdicke. Die Elemente sind zwischen 600 und 1.200 mm breit und bis zu einer Länge von 24 m lieferbar, da sie in einem kontinuierlichen Prozess hergestellt werden. Sie bestehen aus zwei dünnen dehnsteifen Deckschichten, die einen schubweichen Kern umschließen (siehe Bild 1.2).

Die Deckschichten werden meist aus bandverzinktem und beschichtetem Stahlblech mit einer Materialstärke üblicherweise zwischen 0,40 und 0,75 mm hergestellt. Die Dicke der Deckschichten kann außen und innen unterschiedlich sein. Die Profilierung der Deckschicht ist für das Tragverhalten eines Sandwichelementes entscheidend. In dieser Dokumentation werden nur Wand-Sandwichelemente mit ebenen bzw. quasi-ebenen Profilierungen untersucht. Während ebene Deckschichten keine Profilierungen aufweisen, besitzen quasi-ebene Deckschichten nur geringe Profilierungen mit Tiefen $t_P < 5$ mm. Damit bleibt die Eigenbiegesteifigkeit der Deckschicht im Bezug auf die Gesamtbiegesteifigkeit des Sandwichelementes vernachlässigbar klein. Werden Deckschicht-Profilierungen mit großen Tiefen t_P verwendet, so erfordern sie ein Berechnungsverfahren, das die Eigenbiegesteifigkeit berücksichtigt.

Die beiden gängigsten Kernmaterialien sind PUR-Hartschaum und Mineralwolle mit Dicken zwischen 40 und 240 mm. Während Mineralwolle nicht brennbar ist, besitzt PUR-Hartschaum ein besseres Wärmedämmvermögen. Die Dichte der verwendeten PUR-Hartschäume beträgt ca. 40 kg/m³ und die der verwendeten Mineralwolle ca. 100 kg/m³.

Der große Vorteil von Sandwichelementen besteht in der Integration vieler Eigenschaften in einem Element. Durch das verwendete Kernmaterial besitzt das Element eine sehr gute Wärmedämmung, die es zu einem idealen raumabschließenden Bauteil macht. Die Elemente erlauben eine große gestalterische Freiheit durch eine Vielzahl von Variationen in Form und Farbe. Die Dichtheit gegen Wasserdampf und Regen wird durch eine optimierte Ausbildung der Längsfuge gewährleistet. Ihre Tragfähigkeit erhalten sie durch die schubelastische Verbindung beider Deckschichten, die durch den Kern erfolgt. Die kraftschlüssige Verbindung von Kern und Deckschicht wird für Mineralwollkerne durch eine separate Verklebung erreicht oder erfolgt durch das Aufschäumen des PUR-Hartschaums selbsttätig. Da die Elemente leicht und tragfähig sind, können sie in kurzer Bauzeit montiert werden. Die Montage kann horizontal oder vertikal erfolgen.



Bild 1.2: Sandwichemente mit PUR-Kernen für den Einsatz im Dach (oben) oder in der Wand (unten)

Sandwichelemente sind heute allgemein akzeptierte Qualitätsprodukte, die durch ihre hohe Wirtschaftlichkeit und Ästhetik immer häufiger bei Gebäuden zum Einsatz kommen.

1.2 Abgrenzung des Öffnungsbegriffs

Um ein Gebäude nutzbar zu machen ist es aus unterschiedlichsten Gründen notwendig, Öffnungen in die Außenhülle eines Gebäudes einzubringen. Dies können sein:

- Fenster- und Türöffnungen
- Öffnungen für Be- und Entlüftung
- Öffnungen für Versorgungsleitungen
- Durchdringungen von Konstruktionen

Für die Öffnungsart können kreisrunde und rechteckige Öffnungen unterschieden werden. In Spannrichtung besitzen die Öffnungen eine Anfangs-, End- und Mittenposition. Eine weitere Einteilung der Öffnungen ist über die Öffnungsposition quer zur Spannrichtung zu treffen. Große Öffnungen, die breiter sind als die Elementbreite, schneiden immer eine Element-Längsfuge (vgl. Bild 1.3). Kleine Öffnungen, die schmaler sind als die Elementbreite und zentrisch im Element angeordnet sind, schneiden keinen Längsrand (vgl. Bild 1.4). Werden jedoch kleine Öffnungen in Elementbreite exzentrisch angeordnet, so können auch sie die Element-Längsfuge schneiden. Einen Sonderfall stellen zentrisch angeordnete Öffnungen dar, deren Breite gleich der Elementbreite ist. Sie werden als Vollausschnitt bezeichnet (vgl. Bild 1.4).

Für die Erstellung von Öffnungen in Sandwichelementen mit Dicken kleiner 60 mm eignet sich besonders die frei geführte Stichsäge. Für Sandwichdicken größer 60 mm ist eine Säbelsäge mit feiner Zahnung optimal. Beide Werkzeuge ermöglichen ein genaues Arbeiten und erzeugen geringe Deckschichtablösungen an der Schnittkante.

Die Öffnungsbreite (senkrecht zur Spannrichtung) ist für die Berechnung der Tragfähigkeit der maßgebende Faktor. Es ist daher darauf zu achten, dass auch im Eckbereich die Öffnungsbreite nicht durch Sägeschnitte vergrößert wird.

1.3 Berechnungsgrundlagen und Anwendungsgrenzen

Sandwichelemente im Bauwesen werden linienförmig auf Pfetten oder Wandriegel gelagert und tragen ihre Lasten daher als Balken im Einfeld- oder Durchlaufträgersystem ab. Eine Lastabtragung als Platte wird selten genutzt. Die Beanspruchung in Dickenrichtung erfolgt für Wandelemente im Form von Windbelastungen (Windsog und Winddruck) oder in Form von Temperaturlasten. Das Eigengewicht erzeugt in Wandelementen nur Beanspruchungen in der Deckschichtebene. Es werden in der weiteren Betrachtung nur Wind- und Temperaturlasten berücksichtigt, da die Eigengewichts-





Bild 1.3: Große, über den Elementrand hinausgehende Öffnungen



Bild 1.4: Kleine, in einem Element liegende Öffnungen (oben), Vollauschnitt (unten)

lasten des Elementes gering und die Steifigkeiten in Deckschichtebene groß sind. Werden zusätzliche Belastungen in Deckschichtebene eingebracht (z. B. Lasten im Innern der Öffnung aus Verglasungen), so sind diese zusätzlich nachzuweisen und mit den Lasten senkrecht zur Deckschichtebene zu überlagern.

Eine Öffnung stellt immer eine Schwächung des Sandwichelementes dar. Um die Tragfähigkeit zu gewährleisten, muss der Öffnungsbereich in Spannrichtung vor und hinter der Öffnung durch eine Unterkonstruktion ausgewechselt werden oder das Element ist rechnerisch nachzuweisen. Diese Wechselkonstruktionen sind konstruktiv aufwendig und werden gerade bei kleinen Öffnungen in der Praxis oft nicht ausgeführt. In [1] wurden daher Methoden entwickelt, mit denen Sandwichelemente mit Öffnungen sowohl im Einfeld- als auch im Durchlaufträgersystem bemessen werden können. Um Nachweise der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit führen zu können, müssen die Einwirkungen den Widerständen gegenübergestellt werden. Zu den Einwirkungen zählen Verformungen und Spannungen von Sandwichelementen mit Öffnungen. Sie müssen berechnet werden. Die Traglastgrenzen für unterschiedliche Versagensarten bilden den Bauteilwiderstand. Er wurde aus Versuchen bestimmt und ist aus der für das Element gültigen bauaufsichtlichen Zulassung ableitbar.

In dieser Fachinformation werden verschiedene Berechnungsverfahren für Öffnungen an Wand-Sandwichelementen mit quasi-ebenen Deckschichten vorgestellt. Hierzu zählen Formeln eines Berichtes des niederländischen Prüfinstituts TNO [2], die Verwendung von Stabwerksprogrammen zur Berechnung von Sandwichelementen mittels schubsteifer Biegstäbe, Grenzöffnungsdiagramme und das Modell des Elementverbandes.

Die Berechnung der Verformungen mit den Formeln des TNO-Reports gelten nur für Einfeldsysteme mit in x- und y-Richtung zentrischen Öffnungen. Die Verwendung eines Stabwerksprogramms mit schubsteifen Stäben ermöglicht die Berechnung der Schnittgrößen und der Verformungen im Durchlaufsystem auch mit unterschiedlichen Stützweiten.

Die Formeln zur Erstellung eines Grenzöffnungsdiagramms (siehe Kap. 3) gelten nur für Einfeldträger-Systeme und Zweifeldträger-Systeme mit gleichen Stützweiten. Die Diagramme sind herstellerbezogen, abhängig von der Höhe der Windbelastung und der Farbgruppe der äußeren Deckschicht. Sie gelten generell nur für einen Elementtyp mit einer definierten Elementgeometrie (Deckschichtabstand, Deckschichtdicken, Materialkennwerte, usw.). Die Berechnungsmodelle am Einzelelement (vgl. Kap. 2 und 3) gelten für PUR- und Mineralwollkerne.

Das Modell des Elementverbandes mit Vollausschnitten (siehe Kap. 4) ist nur für Sandwichelemente mit PUR-Kernen im Einfeldträgersystem gültig. Die Nachweisverfahren sind als Bemessungsvorschläge zu verstehen. Der Elementverband muss aus drei gleichen Sandwichelementen mit der Breite B bestehen. Für die Lastübertragung vom Mittelelement in die Randelemente kann ein geprüfter Rahmen verwendet werden. Erfolgt die Lasteinleitung über die Element-Längsfuge, so ist die Tragfähigkeit dieser in Versuchen nachzuweisen. Die angegebene untere Traglastgrenze der Elementlängsfuge gilt nur für die in [1] untersuchten Elemente und kann nicht auf alle Längsfugen verallgemeinert werden. Die Berechnungsformeln gelten nur für Windlasten.

In dieser Fachinformation werden nur Öffnungen behandelt, die innerhalb eines Elements liegen. Die Öffnungen können kreisrund oder rechteckig ausgeführt werden. In Bezug auf die Elementbreite dürfen die Öffnungen keine Exzentrizität aufweisen. In Elementlängsrichtung (x-Richtung) wird das Mittelauflager vom Randauflager unterschieden. Für das Randauflager gilt keine Beschränkung der Öffnungsposition. Für das Mittelauflager darf der Öffnungsrand den Abstand x_R zur Auflagerachse nicht unterschreiten.

Der Abstand wird wie folgt ermittelt:

$$x_R = H + \frac{L_A + b}{2} \tag{1.1}$$

Hierbei bezeichnet H die Elementdicke, L_A die Länge des Auflagers in x-Richtung (siehe Bild 2.2) und b die Öffnungsbreite.

Die hier gewählten Bezeichnungen von mechanischen und geometrischen Größen lehnen sich an das Grundlagenwerk der Sandwichtechnik von Stamm / Witte [5] an. In neueren Veröffentlichungen werden andere Bezeichnungen verwendet. Damit keine Verwechslungen auftreten, ist jedes Formelzeichen im Symbolverzeichnis aufgeführt. Um die Bezeichnungen noch deutlicher zu machen, werden verwechselbare Zeichen im Folgenden erläutert.

Die Bezeichnung unten (u) und oben (o) bezieht sich auf die Deckschichten des Sandwichelementes. Da sich diese Dokumentation nur mit Wand-Sandwichelementen befasst, entspricht die obere Deckschicht der Wandaußenseite (a) und die untere Deckschicht der Wandinnenseite (i). Die in den Symbolen angegebenen Fußzeiger o und u sind daher identisch mit den in anderen Veröffentlichungen verwendeten Fußzeigern a und i.

Das Sandwichelement besitzt drei Ausdehnungen: Länge (L), Breite (B) und Höhe (H). Die Länge wird immer in Produktionsrichtung und damit in Richtung der Längsfugen gemessen. Diese Richtung ist gleichzeitig die x-Richtung. Die Breite eines Sandwichelementes ist der Abstand von Längsfuge zu Längsfuge und wird als y-Richtung bezeichnet. Die Höhe ist die maximale Ausdehnung senkrecht zu den Deckschichten. Die Höhe eines Sandwichelementes wird in anderen Veröffentlichungen auch als Dicke bezeichnet.

Die Länge des Auflagers L_A ist die Ausdehnung in Längsrichtung (x-Richtung) eines Elementes. Diese Abmessung wird in anderen Veröffentlichungen als Auflagerbreite bezeichnet.

Alle Querschnittsabmessungen werden in Bild 2.1 nochmals verdeutlicht.

2 Ermittlung von Verformungen und Schnittgrößen

2.1 Grundlagen

Es werden Methoden dargestellt, die es ermöglichen, Verformungen von Einfeld- und Durchlaufträgersystemen zu berechnen. Die Schnittgrößen im statisch bestimmten System können von außen ermittelt werden und beinhalten keine Besonderheiten in Bezug auf das Sandwichelement. Erst im Durchlaufträgersystem (siehe Kap. 2.4) wird die Schnittgrößenermittlung für Sandwichelemente mit Öffnungen interessant. Es werden einfache Berechnungsformeln und Modelle zur Berechnung mit einem Durchlaufträgerprogramm vorgestellt.

In Bild 2.1 wird ein Ausschnitt eines Sandwichbalkens in der Längsansicht (x-z-Ebene) und im Querschnitt (y-z-Ebene) dargestellt. Er besitzt die Gesamthöhe H und die Breite B. Er teilt sich auf in eine obere Deckschicht, einen Kern und eine untere Deckschicht. Die Deckschichten besitzen die abgewickelte Breite B_D, die Dicke t und den Elastizitätsmodul E. Die Deckschichtwerte können oben und unten unterschiedlich sein und werden durch den Index o und u gekennzeichnet. Der Abstand der Deckschichtschwerachsen wird mit a bezeichnet. Die Abstände von der Gesamtschwerachse zu den Schwerachsen der einzelnen Deckschichten werden mit a_u bzw. mit a_o bezeichnet. Der Kern ist schubweich und besitzt den Schubmodul G_K, die Breite B_K und die Höhe h_K.

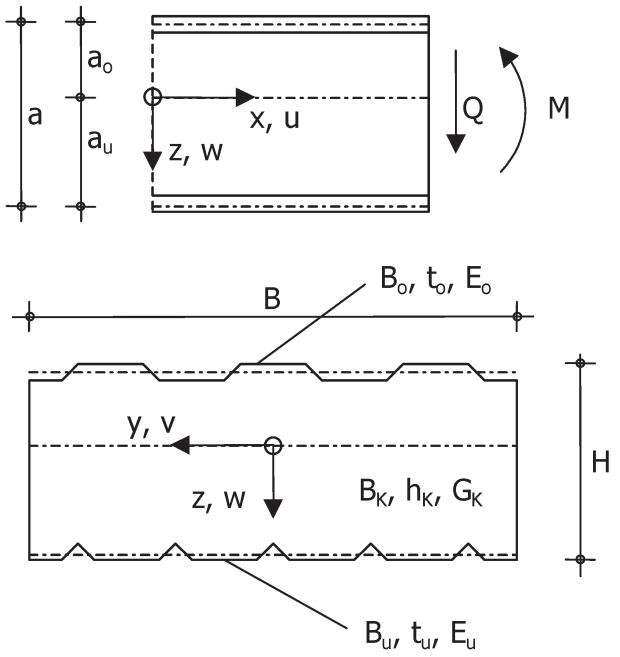


Bild 2.1: Bezeichnungen im Wand-Sandwichelement

Für Sandwichelemente mit ebenen und leicht profilierten Deckschichten wird folgende Annahme getroffen: Der schubweiche Kern trägt die gesamte Querkraft ab. Schubspannungen aus der Querkraft treten nur im Kern auf. Die dehnsteifen Deckschichten tragen als Zweipunktquerschnitt das Biegemoment ab. Normalspannungen aus dem Moment treten nur in den Deckschichten auf.

Es stellen sich folgende geometrische Beziehungen ein:

$$a = a_o + a_u \cong h_K \tag{2.1}$$

Die Verformung des Sandwichelementes ist von seinen Steifigkeiten abhängig. Es können dabei die Schubsteifigkeit AS und die Biegesteifigkeit BS unterschieden werden. Während für einen Holz-, Stahl-, oder Betonträger (mit L/H > 5) die Schubverformungen w_Q gegenüber den Biegeverformungen w_M vernachlässigt werden können, liefern sie im Sandwichbauteil erhebliche Verformungsanteile.

Die Schubsteifigkeit AS ist der Verformungswiderstand des Kerns gegenüber Schubspannungen. Er setzt sich zusammen aus dem Schubmodul des Kerns G_K und der Schubfläche A_Q. Es gilt:

$$AS = G_K \cdot A_Q \tag{2.2}$$

Da das Sandwichelement dünne, dehnsteife Deckschichten besitzt, ist der Schubspannungsverlauf im Kernquerschnitt nahezu konstant und es gilt:

$$A_Q \cong B_K \cdot h_K \tag{2.3}$$

Mit BS wird die Biegesteifigkeit des Sandwichbauteils bezeichnet. Sie setzt sich zusammen aus den Deckschicht-Dehnsteifigkeiten E·A und dem Abstand der Deckschichten a. Es gilt:

$$BS = \frac{E_u \cdot A_u \cdot E_o \cdot A_o}{E_u \cdot A_u + E_o \cdot A_o} \cdot a^2 \tag{2.4}$$

mit $$A_o = B_o \cdot t_o \tag{2.5}$$

und $$A_u = B_u \cdot t_u \tag{2.6}$$

Hierbei bezeichnen B_o und B_u die abgewickelten Deckschichtbreiten einer leicht profilierten Deckschicht. Ist die Deckschicht eben, so gilt B_D = B. Für den Fall gleicher Deckschichtmaterialien oben und unten folgt aus (2.4)

mit $$BS = E_D \cdot I_y \tag{2.7}$$

$$E_D = E_u = E_o \tag{2.8}$$

und $$I_y = \frac{A_u \cdot A_o}{A_u + A_o} \cdot a^2 \quad (2.9)$$

Für den Fall zusätzlich gleicher Deckschichtgeometrien oben und unten folgt

mit $$t_D = t_u = t_o \quad (2.10)$$

und $$B_D = B_u = B_o \quad (2.11)$$

und $$A_D = B_D \cdot t_D \quad (2.12)$$

$$I_y = \frac{A_D}{2} \cdot a^2 \quad (2.13)$$

Die Sandwich-Biegesteifigkeit berechnet sich dann gemäß (2.7).

Durch die guten Wärmedämmeigenschaften des Kernmaterials können sich unterschiedliche Deckschichttemperaturen an der Innenseite (T_i) und an der Außenseite (T_a) einstellen. Die Deckschichten reagieren mit materialabhängigen Dehnungen und durch die Temperaturdifferenz ΔT und den Deckschichtabstand a wird eine Verkrümmung Φ erzeugt.

$$\Phi = \frac{T_a - T_i}{a} \cdot \alpha_T \quad (2.14)$$

Die Temperaturkrümmung ϕ ist unabhängig von der Steifigkeit. Die aus der Temperaturbeanspruchung resultierenden Verformungen w sind daher unabhängig von Öffnungen im Sandwichelement. Eine Temperaturbeanspruchung erzeugt keine Schubverformung, da keine einwirkende Schnittgröße Q(x) erzeugt wird. Der Verformungsverlauf ergibt sich gemäß (2.15) und der Maximalwert der Verformung in Feldmitte gemäß (2.16) zu:

$$w^{\Delta T}(x) = \frac{\Phi}{2} \cdot (x^2 - L \cdot x) \quad (2.15)$$

$$w^{\Delta T}(x = L/2) = -\frac{\Phi \cdot L^2}{8} \quad (2.16)$$

Die Berechnung von Verformungen eines Sandwichelementes mit Öffnungen lässt sich mittels unterschiedlicher Verfahren berechnen. Die folgenden vier Verfahren sind in [1] durch Versuche verifiziert worden:

- Differentialgleichungsmethode
- Handformeln des TNO-Reports (siehe [2])
- Berechnung mittels schubsteifem Biegestab
- Berechnung im Fachwerkmodell

Mit der Differentialgleichungsmethode lässt sich auf theoretischer Basis die Charakteristik der Verformung zeigen. Sie wurde in [1] für Einfeldträger mit zwei Öffnungen und maximal vier Einzellasten hergeleitet und als Programm „SWÖ" ausgewertet.

Die Formeln, die im TNO-Report [2] angegeben wurden, sind begrenzt auf Einfeldträger mit in Längs- und Querrichtung zentrischen Öffnungen unter Gleichflächenlast p. Sie erlauben jedoch die Berechnung von Hand für einfache Fälle.

Die Berechnung mittels schubsteifer Biegestäbe erfordert ein kommerzielles Stabwerksprogramm. Es bietet den Vorteil einer schnellen und einfachen Berechnung, verbunden mit den im Bauwesen üblichen Eingaben.

Das Fachwerkmodell wird auch mit einem Stabwerksprogramm erstellt. Es ist jedoch mit einem höheren Aufwand bei der Modellierung verbunden. Es können mit diesem Modell auch Sandwichelemente mit biegesteifen Deckschichten berechnet werden.

2.2 TNO-Report

Zwischen 1991 und 1994 wurden am TNO Building and Construction Research in Delft, Niederlande, Untersuchungen zu Wand-Sandwichelementen mit Öffnungen durchgeführt. Es wurde ein Berechnungsmodell auf der Basis der Finiten Elemente Methode entwickelt und an zehn Versuchen kalibriert.

Im Dokumentationsbericht (TNO-Report [2]) werden für Einfeldträger mit zentrischen Öffnungen Formeln zur Bestimmung von Verformungen in Elementmitte unter Streckenlasten q angegeben. Sie gelten für Wand-Sandwichelemente mit rechteckigen und kreisrunden Öffnungen in Feldmitte, die folgende Bedingungen einhalten:

$$0{,}1 \le \frac{b}{B} \le 0{,}8 \quad (2.17)$$

$$0{,}5 \le \frac{l}{b} \le 2{,}0 \quad (2.18)$$

Hierbei bezeichnet b die Breite und l die Länge der Öffnung. Die Elementbreite wird mit B bezeichnet. Kreisrunde Öffnungen werden durch ein umfassendes Quadrat mit den Kantenlängen b = l = 2 · r beschrieben.

Die folgenden Formeln zur Berechnung der Verformung sind [2] entnommen. Die dort verwendete Gleichungsnummer ist vor der Gleichungsnennung mit angegeben.

F (34) u. F (40)

$$w = \frac{5 \cdot p \cdot L^4}{384 \cdot BS} \cdot (1+k) \cdot k_o \qquad (2.19)$$

mit den Abkürzungen aus [2], Anhang A

A.7 $$k = \frac{9,6 \cdot BS}{L^2 \cdot G_K \cdot A_Q} \qquad (2.20)$$

A.8 $$k_o = \frac{1 + k_1 \cdot (b/B) + k_2 \cdot (b/B)^2}{1 - (b/B)} \qquad (2.21)$$

A.9 $$k_1 = -0,880 + 0,033 \cdot (l/b) \qquad (2.22)$$

A.10 $$k_2 = +0,094 + 0,205 \cdot (l/b) \qquad (2.23)$$

2.3 Schubsteifer Biegestab im Einfeldsystem

Stabwerksprogramme unterschiedlicher Hersteller (z. B. RSTAB) können Verformungen von schubweichen Biegestäben berechnen. Das Sandwichelement wird als Stabzug mit unterschiedlichen Materialeigenschaften abgebildet. Bild 2.2 zeigt das Sandwichelement mit einer Öffnung und die Modellierung des Elementes als Stabzug.

Das Element besitzt die Elementlänge L_E und liegt auf den Auflagern der Länge L_A auf. Die Stützweite L errechnet sich zu:

$$L = L_E - L_A \qquad (2.24)$$

Die Koordinate x läuft von der linken Auflagerachse aus. Die Öffnung ist bezüglich der Elementbreite mittig positioniert. In Element-Längsrichtung wird die Mittenposition x_m der Öffnung durch (2.25) begrenzt.

$$\frac{l}{2} \le x_m \le L - \frac{l}{2} \qquad (2.25)$$

Die Eingabe der Geometrie erfolgt im Stabwerksprogramm durch Knoten und Stäbe. Hierbei ist eine ausreichende Diskretisierung (Anzahl n der Knoten) nötig, um den Verlauf der Verformung richtig abzubilden. Grund dafür ist die Schubverformung, die zwischen zwei Knoten immer linear abgebildet wird. Die Diskretisierung kann als ausreichend angesehen werden, wenn die Knotenabstände s_1 und s_2 folgende Bedingung erfüllen:

$$s \le \frac{L - l}{10} \qquad (2.26)$$

Wenn des Stabwerksprogramm über die Option der Stabteilung verfügt, gilt (2.26) sinngemäß. Im Öffnungsbereich sollten neben den Randknoten drei weitere Knoten positioniert werden.

Die Modellierung der Stäbe erfolgt im Stabwerksprogramm als Balken, die Träger der Biege- und Schubsteifigkeit sind. Es wird zwischen Materialkennwerten und Querschnitts-

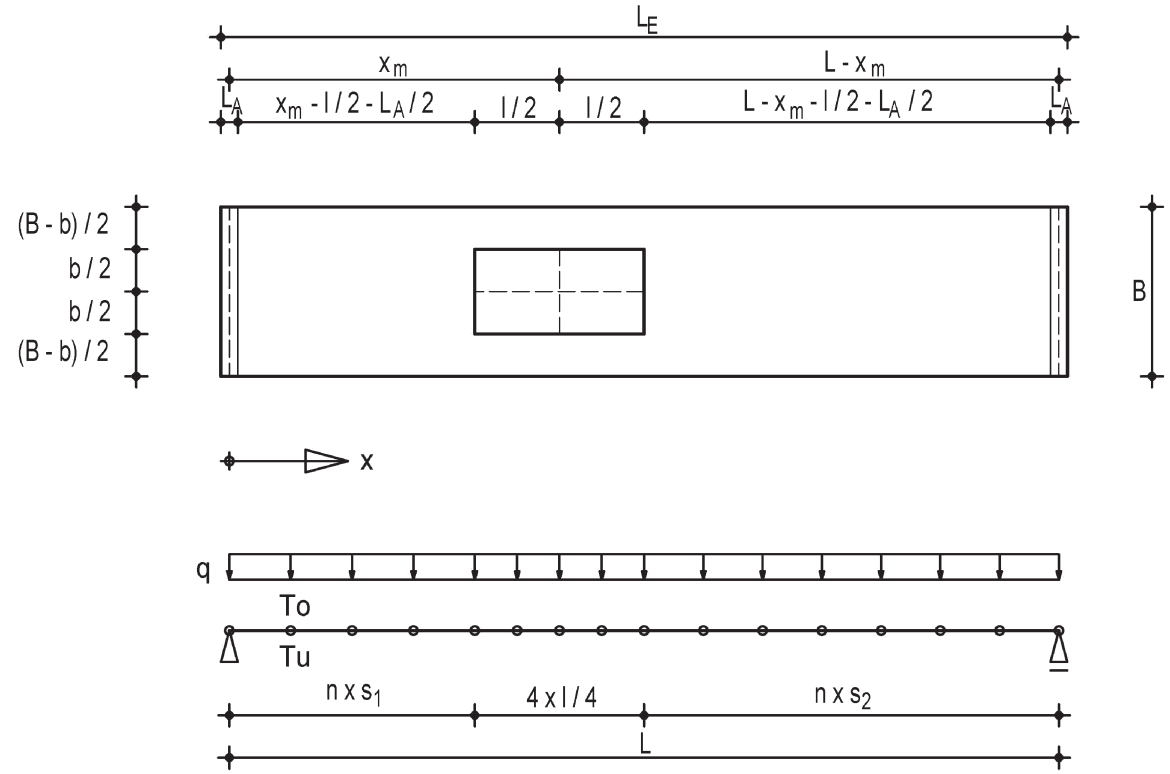


Bild 2.2: Bezeichnungen im Einfeldsystem

werten unterschieden. Die erforderlichen Materialkennwerte, der Schubmodul des Kerns G_K und der Elastizitätsmodul der Deckschicht E_D, sind aus der bauaufsichtlichen Zulassung bekannt. Wichtig ist die Unterscheidung unterschiedlicher Temperaturbereiche beim Schubmodul. Der Schubmodul $G_{K=20°}$ für die Temperatur kleiner oder gleich 20° ist größer als der Schubmodul $G_{K>20°}$ für die Temperatur größer 20°.

Die Querschnittswerte lassen sich über die Geometrie ermitteln. Mit (2.3) ist die Schubfläche AQ bekannt. Über (2.4) lässt sich die Sandwich-Biegesteifigkeit BS für den allgemeinen Fall errechnen. Das Flächenträgheitsmoment I_y kann mit (2.27) berechnet werden.

$$I_y = \frac{BS}{E_D} \tag{2.27}$$

Werden gleiche Deckschichtmaterialien und/oder gleiche Deckschichtdicken verwendet, lassen sich (2.9) bzw. (2.13) verwenden. Die Querschnittswerte der Stäbe im Öffnungsbereich werden in Abhängigkeit von der Öffnungsbreite abgemindert.

Mit $$\beta = \frac{b}{B} \tag{2.28}$$

folgt: $$I_{y,b} = (1-\beta)\cdot I_{y,B} \tag{2.29}$$

$$A_{Q,b} = (1-\beta)\cdot A_{Q,B} \tag{2.30}$$

Hierbei bezeichnen die Querschnittwerte mit dem Index b die Werte im Öffnungsbereich. Der Index B kennzeichnet den ungestörten Bereich. Es wird also im Bereich der Öffnung nur der reine Nettoquerschnitt betrachtet. Kreisrunde Öffnungen werden durch ein umfassendes Quadrat umschrieben.

Für Wandelemente sind zwei Einwirkungen von besonderer Bedeutung:

- Windbeanspruchung und
- Temperaturbeanspruchung

Die Windbelastung w ist DIN 1055 Teil 4 in der aktuell gültigen Fassung zu entnehmen.

Für die Belastung aus Temperatur werden Angaben in der Anlage A der entsprechenden Allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassung des Sandwichelementes (siehe [8]) formuliert. Werden keine genaueren Angaben getroffen, ist im Innern des Gebäudes von T_i = 20 °C im Winter und T_i = 25 °C im Sommer auszugehen. Für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit ist im Winter eine Temperatur T_a = -20°C anzusetzen. Die Temperatur im Sommer auf der Außenseite ist von der Deckschichtfarbe abhängig. Es wurden drei Farbgruppen definiert, für die unterschiedliche Deckschichttemperaturen T_a festgelegt wurden. $T_{a,I}$ = 55°C, $T_{a,II}$ = 65°C und $T_{a,III}$ = 80°C. Die einwirkende Temperaturdifferenz ΔT ermittelt sich zu:

$$\Delta T = T_a - T_i \tag{2.31}$$

Unter der Belastung Windsog und Temperatur im Sommer stellen sich nach außen gerichtete Verformungen ein. Sie werden in einer Lastfallkombination $T_S + w_S$ zusammengefasst. Unter der Belastung Winddruck und Temperatur im Winter stellen sich nach innen gerichtete Verformungen ein. Sie werden in der Lastfallkombination $T_W + w_D$ zusammengefasst.

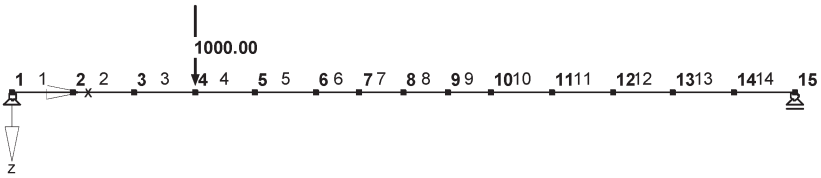
Zur Verdeutlichung wird eine Beispielberechnung durchgeführt. In Tabelle 2.1 sind die Eingabedaten zusammengefasst.

Das Sandwichelement besitzt die Breite B = 1.000 mm und ist mit einer Länge L = 3.350 mm gestützt. Die Deckschichten besitzen unterschiedliche Dicken t und den Abstand der Deckschichtschwerlinien a = 60 mm. Im Sandwichelement ist eine Öffnung der Größe l/b = 750/500 mm eingebracht, die in Längsrichtung zentrisch (x_m = 0,50 · L) angeordnet ist. Das Modell besteht aus 15 Knoten und 14 Stäben. Der Knotenabstand beträgt im Elementbereich (Stab 1 bis 5 und 10 bis 14) s = 260 mm, im Öffnungsbereich (Stab 6 bis 9) s = 187,5 mm. Die Berechnung der Verformungen erfolgt am schubsteifen Biegestab mit dem Programm R_{STAB}. Für die Berechnung der Gesamtverformung w werden die in Tabelle 2.1 aufgeführten Querschnittswerte verwendet.

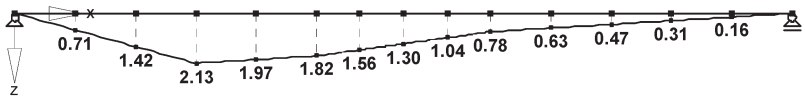
Es werden drei Lastfälle untersucht. Im Lastfall Einzellast F (Abstand f = 780 mm vom linken Auflager) wird die Schubverformung w_Q besonders deutlich (siehe Bild 2.3). Es wird bei der Berechnung der Schubverformung w_Q die Biegesteifigkeit BS und bei der Berechnung der Biegeverformung w_M die Schubsteifigkeit AS unendlich groß angesetzt.

Geometrie			**Belastung**		
L	=	3350 mm	w_S	=	-0,25 N/mm
B	=	1000 mm	ΔT_S	=	40 °K
l	=	750 mm	w_D	=	0,50 N/mm
b	=	500 mm	ΔT_W	=	-40 °K
x_m	=	1675 mm	F	=	1000 N
a	=	60 mm			
to	=	0,6 mm			
tu	=	0,5 mm			
Querschnittswerte ohne Öffnung			**Querschnittswerte mit Öffnung**		
A_Q	=	60000 mm²	A_Q	=	30000 mm²
I_y	=	981818 mm^4	I_y	=	490909 mm^4
α_T	=	1,20E-05 1/°K	α_T	=	1,20E-05 1/°K
E_D	=	210000 N/mm²	E_D	=	210000 N/mm²
$G_{K,T=20°}$	=	5,00 N/mm²	$G_{K,T=20°}$	=	5,00 N/mm²
$G_{K,T>20°}$	=	4,50 N/mm²	$G_{K,T>20°}$	=	4,50 N/mm²
BS	=	2,062E+11 Nmm²	BS	=	1,031E+11 Nmm²
$AS_{,T=20°}$	=	3,000E+05 N	$AS_{,T=20°}$	=	1,500E+05 N
$AS_{,T>20°}$	=	2,700E+05 N	$AS_{,T>20°}$	=	1,350E+05 N

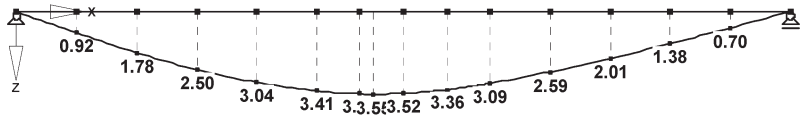
Tabelle 2.1: Eingabedaten des Berechnungsbeispiels



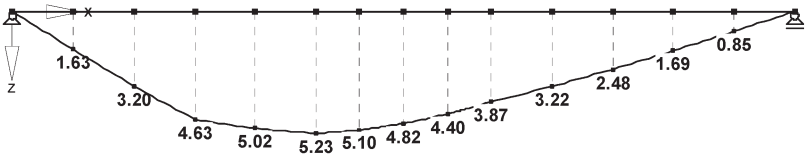
statisches System und Belastung



Schubverformung w_Q

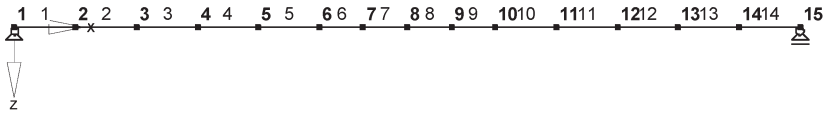


Biegeverformung w_M

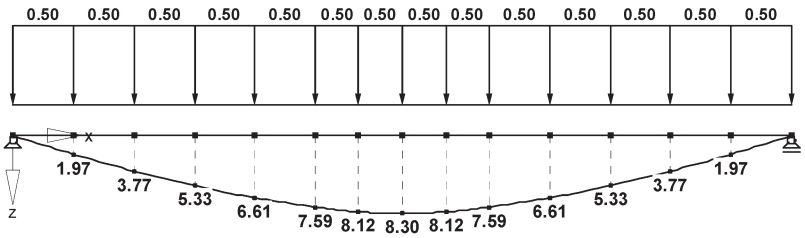


Gesamtverformung w

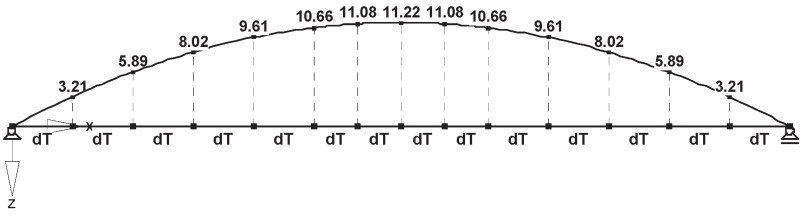
Bild 2.3: Verformungen unter einer Einzellast



statisches System



Belastung w_D und Gesamtverformung w



Belastung ΔT_S und Gesamtverformung w

Bild 2.4: Verformungen unter der Belastung w_D und ΔT_S

In Bild 2.4 ist das statische System, die Belastung und die Verformung für die Lastfälle ΔT_S und w_D angegeben.

Als Vergleich werden die Verformungen nach [2] für die Belastung w_D ermittelt.

$$k_1 = -0,880 + 0,033 \cdot (750/500) = -0,8305 \qquad \text{aus (2.22)}$$

$$k_2 = +0,094 + 0,205 \cdot (750/500) = +0,4015 \qquad \text{aus (2.23)}$$

$$k_o = \frac{1 + (-0,8305) \cdot (500/1000) + 0,4015 \cdot (500/1000)^2}{1 - (500/1000)} = 1,370 \qquad \text{aus (2.21)}$$

$$k = \frac{9,6 \cdot 2,062 \cdot 10^{11}}{3350^2 \cdot 5,0 \cdot 6,0 \cdot 10^4} = 0,588 \qquad \text{aus (2.20)}$$

$$w = \frac{5 \cdot 0,50 \cdot 3350^4}{384 \cdot 2,062 \cdot 10^{11}} \cdot (1 + 0,588) \cdot 1,370 = 8,65 mm \qquad \text{aus (2.19)}$$

Die Abweichung der Berechnung nach dem TNO-Report beträgt 4% zur Berechnung mit RSTAB (vgl. Bild 2.4).

Der Verformungsverlauf aus Temperatur ist unabhängig von der Steifigkeit des Systems und lässt sich gemäß (2.15) ermitteln.

Die Krümmung Φ beträgt:

$$\Phi = \frac{65 - 25}{60 \cdot mm} \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} = 8 \cdot 10^{-6} \cdot mm^{-1} \qquad \text{aus (2.14)}$$

Die maximale Verformung w_{max} beträgt:

$$w_{max} = -\frac{8 \cdot 10^6 \cdot 3350^2}{8} = -11,22 \cdot mm \qquad \text{aus (2.16)}$$

Die Berechnung der Temperaturverformung stimmt mit der Berechnung in RSTAB überein.

2.4 Schubsteifer Biegestab im Durchlaufsystem

Werden Sandwichelemente als Einfeldträger gestützt, dann sind sie statisch bestimmt gelagert. Die Schnittgrößen lassen sich von außen allein durch die Geometrie und die Belastung ermitteln. Sandwichelemente im Durchlaufträgersystem sind statisch unbestimmt gelagert und die Verteilung der Steifigkeit des Elementes beeinflusst die Verteilung der Schnittgrößen.

Eine Öffnung stellt hierbei eine Schwächung des Elementes dar und die Steifigkeit im Öffnungsbereich wird reduziert. Je größer die Öffnung in Längs- und Querrichtung ausgeführt wird, desto größer sind die Effekte auf die Steifigkeit. Die Querschnittssteifigkeit wird durch die Breite der Öffnung reduziert. Die Länge der Öffnung definiert im statischen System den Bereich der Schwächung. Da die Elementdicke in allen Bereichen immer gleich ist, kann die Reduktion der Steifigkeit allein über die Öffnungsgröße formuliert werden.

Öffnungen beeinflussen daher die Verformung und die Schnittgrößenverteilung. Es werden im Folgenden allgemeine Angaben zu den Veränderungen der Schnittgrößen und Verformungen formuliert.

Zur Berechnung der Verformungen von Sandwichelementen mit Öffnungen im Durchlaufträgersystem können jetzt keine einfachen Formeln mehr angegeben werden. Hier ist die Berechnung mit schubsteifen Biegestäben erforderlich. Die Angaben zu den Eingaben im Kapitel 2.3 können hier übernommen werden.

In Elementlängsrichtung wird die Mittenposition x_m der Öffnung, anders als in Kap. 2.3, durch die folgenden Formeln begrenzt.

Für das erste Randfeld:

$$\frac{l}{2} \le x_m \le L_1 - H - \frac{L_A + l + b}{2} \qquad (2.32)$$

Für die Mittelfelder:

$$H + \frac{L_A + l + b}{2} \le x_m \le L_2 - H - \frac{L_A + l + b}{2} \qquad (2.33)$$

Für das letzte Randfeld:

$$H + \frac{L_A + l + b}{2} \le x_m \le L_3 - \frac{l}{2} \qquad (2.34)$$

Der Grund dieser Beschränkungen liegt im Versuchsumfang begründet. In [1] wurden keine Versuche zu Öffnungen durchgeführt, die über das Mittelauflager reichen. Die oben dargestellten Grenzen verhindern eine Interaktion von Mittelauflagerkraft, negativem Biegemoment und der Öffnung.

Der Einfluss auf Schnittgrößen und Verformungen wird beispielhaft anhand eines Zweifeldträgers gezeigt. Es werden die Stützweiten $L_1 = L_2 = 4.000$ mm gewählt. Die Biege- und die Schubsteifigkeit des verwendeten Elementes sind nachfolgend angegeben.

BS = $1{,}987 \cdot 10^{11}$ N/mm²

AS = 301.000 N

Es wird in das System jeweils eine rechteckige Öffnung eingebracht. Diese Öffnung wird in Längsrichtung der Sandwichplatte am Randauflager, in Feldmitte oder am Mittelauflager positioniert.

Das Element wird durch Winddruck und Temperaturdifferenz beansprucht. Es werden die folgenden Belastungen gewählt:

$$w_D = 0{,}55\,kN/m$$

$$\Delta T_S = +80°C - 25°C = +55°K$$

Bild 2.5 zeigt das statische System mit der Öffnung in Feldmitte des ersten Feldes und der Belastung Winddruck. Zur Verdeutlichung der Öffnung wurde die Last im Öffnungsbereich hervorgehoben.

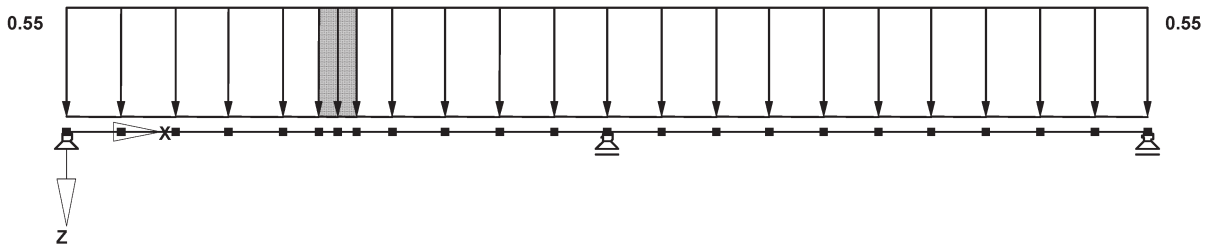


Bild 2.5: Statisches System und Belastung Winddruck

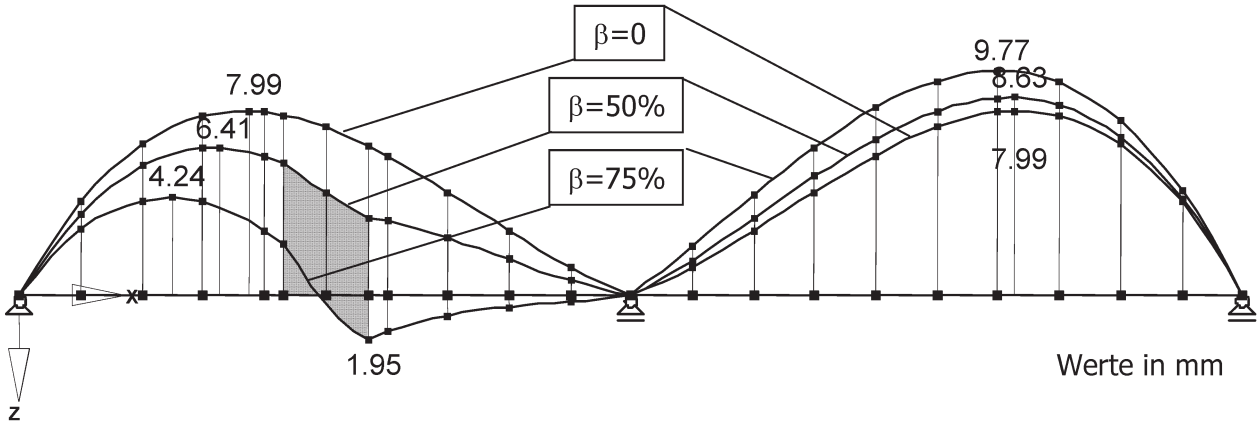


Bild 2.6: Einfluß der Öffnungsbreite β = b/B auf die Verformung im Lastfall ΔT_S

Die Berechnung erfolgt mit dem Programm RSTAB nach „Theorie erster Ordnung" getrennt für beide untersuchten Lastfälle. Als Ergebnis dienen ausgewählte Verformungs- und Biegemomentenverteilungen. Ausführlichere Ergebnisse sind in [1] angegeben.

Es zeigt sich, dass sich immer Schnittgrößenumlagerungen durch das Einbringen der Öffnungen einstellen. Sie sind um so größer, je größer die Öffnungsgröße ist. Der Einfluss auf die Schnittgrößen ist für die Veränderung der Breite und die Veränderung der Länge unterschiedlich. Die Reduktion der Restbreite hat einen weit größeren Einfluss auf die Verformung und Schnittgrößenumlagerung als die Vergrößerung der Öffnungslänge.

Werden Spannungen ermittelt, zeichnet sich zusätzlich eine kleine Restbreite durch hohe Spannungen aus. Werden Öffnungen eingebracht, vergrößern sich für den Lastfall Wind immer die Verformungen im Öffnungsfeld. Für den Lastfall Temperatur reduzieren sich die Verformungen im Öffnungsfeld, da es sich um Zwangsverformungen handelt.

Wird die Öffnung im ersten Feld in Feldmitte positioniert, erhöhen sich im Lastfall Wind die Verformungen im ersten Feld. Im zweiten Feld reduzieren sich die Verformungen dabei nur unwesentlich. Werden Temperaturlasten angesetzt, verringern sich die Verformungen im ersten Feld beim Einbringen von Öffnungen. Die Verringerung kann so groß sein, dass es zu einem Durchschlagen der Verformungslinie in den positiven Bereich kommt (vgl. Bild 2.6). Im zweiten Feld erhöhen sich dabei die Verformungen.

Die durch die Öffnung im Feldbereich verursachte Schnittgrößenumlagerung erfolgt im Lastfall Wind hin zu den negativen Stützmomenten und weg von den Feldmomenten. Die Umlagerung ist jedoch gering. Im Lastfall Temperatur ist eine geringfügige Reduktion aller Momente zu verzeichnen.

Wird die Öffnung am Systemrand positioniert, zeigen sich die gleichen Auswirkungen wie bei einer Positionierung in Feldmitte, jedoch mit weit abgeschwächter Ausprägung. Es erfolgt kein Durchschlagen der Verformungslinie mehr und die Schnittgrößen werden nur noch geringfügig umgelagert.

Das Einbringen der Öffnung am Mittelauflager (vgl. Bild 2.7) führt zu anderen Auswirkungen als in den vorher beschriebenen Berechnungen. Die Verformungen im Lastfall Wind werden jetzt gleichzeitig im ersten und im zweiten Feld erhöht.

Die Schnittgrößenumlagerung im Lastfall Wind erfolgt nun weg von den Stütz- und hin zu den Feldmomenten. Bild 2.7 zeigt die Biegemomentenverteilung für zwei Systeme mit unterschiedlichen Öffnungslängen im Stützbereich und die Berechnung ohne Öffnung. Die Berechnung mit der Öffnung l = 0,25 · B ist dabei im ersten und die Berechnung mit der Öffnung l = 1,00 · B im zweiten Feld dargestellt. Die Öffnungsposition ist durch den angelegten Bereich angegeben. Die Berechnung ohne Öffnung ist in beiden Feldbereichen angegeben, sodass die geringe Abweichung zwischen allen drei Berechnungen gut ablesbar ist.

Im Lastfall Temperatur zeigt sich für die Verformung ein Verhalten wie für zwei Einfeldträger. Die Verformungen auf beiden Seiten nehmen für große Öffnungen stark zu, die Stützmomente aus dem Lastfall Temperatur werden stark reduziert.

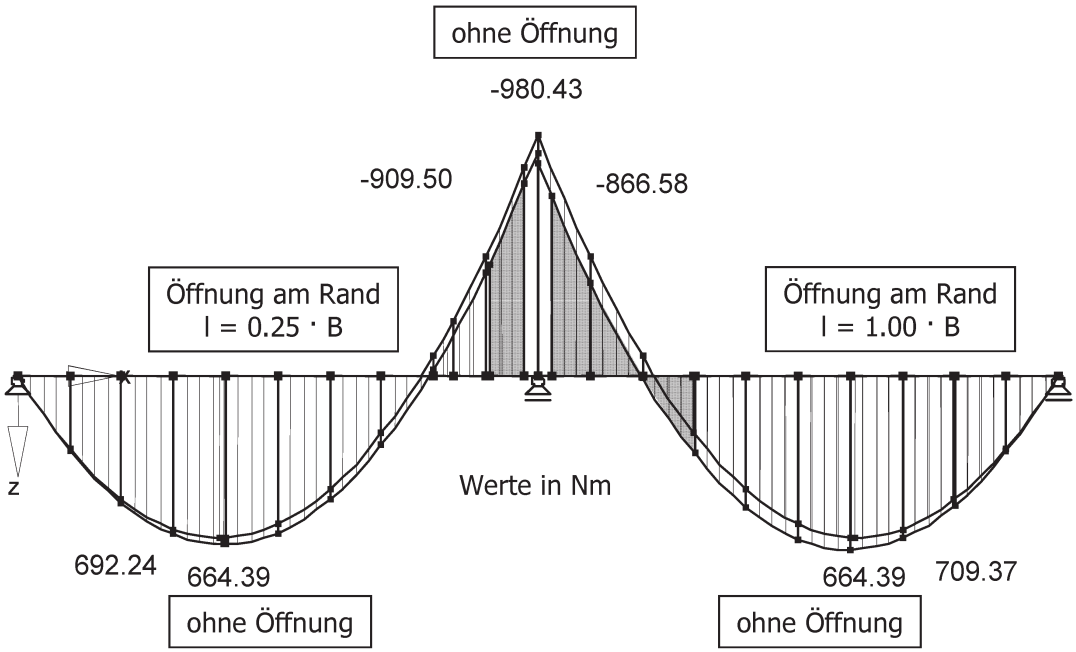


Bild 2.7: Einfluss der Öffnungslänge auf die Biegemomente im Lastfall w_D

Durch die Grenzbetrachtung einer 100%igen Öffnung lässt sich die Verformungsfigur und auch die Schnittgrößenumverteilung nachvollziehen. Für die Öffnung in Feldmitte lässt sich das System als Einfeldträger (Feld 2) mit Kragarm und angehängtem Einfeldträger (Feld 1 bis zur Öffnung) charakterisieren. Für die Öffnung an der Mittelstütze entstehen zwei Einfeldträger.

Für das nun statisch bestimmte System treten keine Schnittgrößen aus Temperatur auf. Die Schnittgrößen aller Systeme mit Öffnungen unter Temperaturbelastung müssen daher im gesamten Trägerbereich geringere Werte aufweisen. Das Durchschlagen der Verformungslinie im System für den Lastfall Temperatur (vgl. Bild 2.6) wird ebenso aus der Grenzabschätzung erklärbar. Die Verformung im zweiten Feld überträgt sich über das Mittelauflager ins erste Feld und zieht dort den Querschnitt mit nach unten. Der Bereich des ersten Feldes bis zum Gelenk wölbt sich auf, liefert aber aufgrund der Endgelenke keine Steifigkeit mehr, um das System nach oben zu ziehen.

Für die Schnittgrößen aus Wind ist die Position des Gelenkes und damit die Kragarmlänge entscheidend. Wird das Gelenk am Mittelauflager positioniert, reagiert das System wie zwei Einfeldträger. Die Feldmomente werden größer und die Stützmomente werden abgebaut. Wird die Öffnung in Feldmitte positioniert, steigen die Stützmomente durch die Kragarmwirkung an und werden im Feldbereich reduziert.

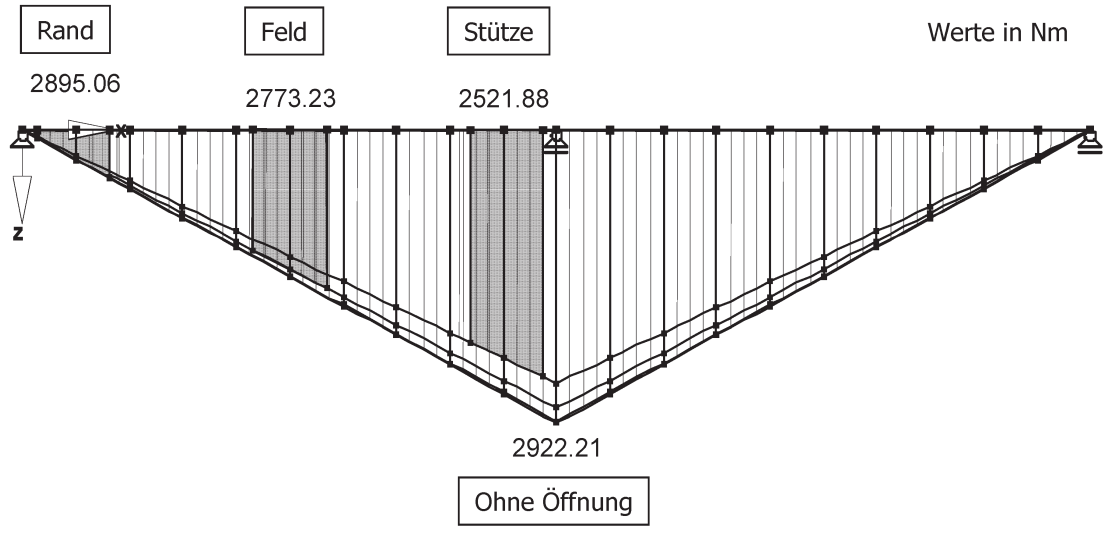


Bild 2.8: Einfluss der Öffnungsposition auf die Stützmomente im Lastfall ΔT_S

Bild 2.8 zeigt beispielhaft die Biegemomentenverteilung aus dem Lastfall Temperatur für drei verschiedene Öffnungspositionen und dem System ohne Öffnung. Die angegebenen Werte über den einzelnen Öffnungsbereichen bezeichnen jeweils das Stützmoment. Es zeigt sich, dass die größten Umlagerungen für Öffnungen an der Mittelstütze erfolgen. Dort reduzieren sich in beiden untersuchten Lastfällen die Stützmomente und damit auch die Schnittgrößen an der Öffnung. Die Absolutwerte der Schnittgrößen sind dort jedoch hoch.

Für Öffnungen im Randbereich ist die Schnittgrößenumlagerung gering, aber ebenso die Absolutwerte der Schnittgrößen im Öffnungsbereich. Werden bei der Schnittgrößenermittlung Öffnungen nicht berücksichtigt, liegt die Berechnung für den Lastfall Temperatur immer auf der sicheren Seite. Für den Lastfall Wind und für die Verformungsermittlung ist es immer erforderlich, die Steifigkeitsänderung durch Öffnungen mit in der Berechnung zu berücksichtigen.

3 Das Grenzöffnungsdiagramm

3.1 Nachweise auf der Basis bauaufsichtlicher Zulassungen

Sind die Schnittgrößen aus der Stabwerksberechnung bekannt, lassen sich Spannungsnachweise führen, um das Element nachzuweisen. Es ist dabei der Grenzzustand der Tragfähigkeit und der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zu betrachten (siehe [8], Anlage A). Im Grenzzustand der Tragfähigkeit darf für Durchlaufträger ein Knittergelenk über der Innenstütze angenommen werden, ohne jedoch ein Reststützmoment in Rechnung zu stellen.

Der Nachweis kann folglich im Einfeldträgersystem geführt werden. Es entstehen für das Wandelement keine Spannungen aus dem Lastfall Temperaturdifferenz. Im Zustand der Gebrauchstauglichkeit darf keine Knitterfalte im Element entstehen. Es werden geringere Sicherheiten erforderlich, dafür muss jetzt jedoch das Durchlaufträgersystem betrachtet werden. Der Temperatureinfluss wird relevant.

In [1] wurden Nachweisgleichungen für Sandwichelemente mit Öffnungen aus Versuchen hergeleitet. Sie werden hier mit aufgenommen.

Die Netto-Schubspannung τ_N im Kern ermittelt sich aus der Querkraft Q und der um β reduzierten Schubfläche A_Q des Querschnittes ohne Öffnung. Mit β gemäß (2.28) folgt:

$$\tau_N = \frac{Q}{A_Q \cdot (1-\beta)} \tag{3.1}$$

Die Netto-Schubspannung τ_N im Öffnungsquerschnitt ist also immer größer als die Bruttospannung τ_O im Element. Im Nettoquerschnitt können die zulässigen Schubspannungen β_τ jedoch ohne Abminderungen übertragen werden. Die Nachweisgleichung für die Schubspannung im Kern lautet:

$$\tau_N \le \beta_\tau \tag{3.2}$$

Die Netto-Normalspannung in der Deckschicht σ_N ermittelt sich aus dem einwirkenden Moment M_y, dem um β reduzierten Flächenträgheitsmoment des Querschnitts ohne Öffnung und dem Teilabstand der Deckschichten a_o bzw. a_u zu:

$$\sigma_{o,N} = \frac{M_y}{I_y \cdot (1-\beta)} \cdot a_o \tag{3.3}$$

$$\sigma_{u,N} = \frac{M_y}{I_y \cdot (1-\beta)} \cdot a_u \tag{3.4}$$

Wird die Bruttospannung σ_0 aus dem vollen Elementquerschnitt ermittelt, lässt sich die Nettospannung σ_N auch über die folgende Gleichung ermitteln:

$$\sigma_N = \frac{\sigma_0}{(1-\beta)} \tag{3.5}$$

Die Nettospannung ist also immer größer als die Bruttospannung. Zusätzlich vermindern die Kerbspannungen im Öffnungsquerschnitt den Bauteilwiderstand. Der hier maßgebende Widerstand ist die Knitterspannung σ_k im Feldbereich.

Für kleine Öffnungen mit einer bezogenen Restbreite $1-\beta > 0{,}60$ folgt die Abminderung der Tragspannung linear zu $1-\beta$. Für große Öffnungen mit $1-\beta < 0{,}60$ bleibt die Abminderung konstant bei 0,60. Die folgenden Bemessungsformeln gelten sowohl für kreisrunde, als auch für rechteckige Öffnungen in den folgenden Grenzen:

für $0 < \beta < 0{,}4$ gilt:

$$\sigma_N \le (1-\beta) \cdot \sigma_k \tag{3.6}$$

für $0{,}4 < \beta < 0{,}8$ gilt:

$$\sigma_N \le 0{,}6 \cdot \sigma_k \tag{3.7}$$

3.2 Ermittlung von Grenzöffnungen für Einfeldträger

Für den Planer ist es wichtig zu wissen, bei welcher Spannweite er an welcher Stelle noch eine Öffnung einbringen kann, damit die Nachweise erfüllt werden. Es werden hier Formeln zur Berechnung von zentrischen Grenzöffnungen angegeben. Mit diesen Formeln ist es möglich ein Grenzöffnungsdiagramm zu erstellen. Ähnlich wie eine Stützweitentabelle ermöglicht diese Bemessungshilfe eine einfache Abschätzung. Dieses Grenzöffnungsdiagramm muss für ein definiertes Element zusätzlich zu einer Stützweitentabelle berechnet werden.

Die Grenzöffnung für die Schubspannung lässt sich aus der Nachweisgleichung für die Schubspannung im Kern ermitteln.

Diese Nachweisgleichung ist in Anlage A der bauaufsichtlichen Zulassung [8] aufgeführt.

Für den Zustand der Tragfähigkeit gilt:

$$1,85 \cdot \tau_L \le \frac{\beta_\tau}{\eta_\tau} \tag{3.8}$$

mit (3.1) folgt:

$$1,85 \cdot \frac{Q_L}{A_Q \cdot (1-\beta)} \le \frac{\beta_\tau}{\eta_\tau} \tag{3.9}$$

Hierbei ist β_τ und η_τ aus der Zulassung des verwendeten Elementes zu entnehmen. Durch Umstellung von (3.9) erhält man die Grenzquerkraft Q_G. Sie bezeichnet die maximal aufnehmbare Querkraft im Öffnungsquerschnitt.

$$Q_G = \pm \frac{\beta_\tau}{\eta_\tau} \cdot \frac{A_Q \cdot (1-\beta)}{1,85} \tag{3.10}$$

Die Funktion der Querkraftlinie für eine gleichförmige Streckenlast q ist:

$$Q(x) = q \cdot (\frac{L}{2} - x) \tag{3.11}$$

Hierbei wird x vom linken Lager aus positiv gezählt. Wird (3.11) in (3.9) eingesetzt und nach x aufgelöst, ergibt sich die Grenzöffnungskoordinate x_G zu:

$$x_G = \frac{L}{2} \pm \frac{\beta_\tau}{\eta_\tau} \cdot \frac{A_Q \cdot (1-\beta)}{q \cdot 1,85} \tag{3.12}$$

Gleichung (3.12) beinhaltet durch das Zeichen ± den positiven und den negativen Grenzwert. Dabei bildet der positive Wert den positiven Querkraftbereich und der negative Wert den negativen Querkraftbereich ab. Für eine Grenzöffnungskoordinate $x_G < 0$ lässt sich im gesamten Trägerbereich die Schubspannung nachweisen.

Eine Grenzöffnungskoordinate $x_G > 0$ gibt die Grenze eines Bereiches an, innerhalb dessen eine Öffnung mit der Breite b eingebracht werden kann. Die Grenzöffnungskoordinate nimmt im Bereich $0 < x < L/2$ maximal den Wert L/2 an.

Die Nachweisgleichung für die Deckschicht-Normalspannungen aus der Zulassung für den Zustand der Tragfähigkeit lautet aus Anlage A der bauaufsichtlichen Zulassung [8]:

$$1,85 \cdot \sigma_L \le \sigma_k \cdot \eta_p \tag{3.13}$$

Der Beiwert η_p berücksichtigt den Einfluss der Profilierung auf die Knitterspannung. Es werden unterschiedliche Knitterspannungen oben und unten, sowie unterschiedliche Schwerachsenabstände berücksichtigt. Es können somit in einem Element Deckschichten unterschiedlicher Dicke und/oder unterschiedlicher Profilierung verwendet werden. Die unterschiedlichen Bemessungsspannungen für Öffnungen aus Kap. 3.1 erfordern darüber hinaus, zwei getrennte Bereiche zu untersuchen.

Mit (3.13), (3.3), (3.6) bzw. (3.7) folgt für das Knittern der oberen Deckschicht:

für $0 < \beta < 0,4$: (3.14)

$$1,85 \cdot \frac{M_L}{I_y \cdot (1-\beta)} \cdot (-a_o) \le (1-\beta) \cdot \sigma_{k,o} \cdot \eta_p$$

für $0,4 < \beta < 0,8$: (3.15)

$$1,85 \cdot \frac{M_L}{I_y \cdot (1-\beta)} \cdot (-a_o) \le 0,6 \cdot \sigma_{k,o} \cdot \eta_p$$

Mit (3.13), (3.4), (3.6) bzw. (3.7) folgt für das Knittern der unteren Deckschicht:

für $0 < \beta < 0,4$: (3.16)

$$1,85 \cdot \frac{M_L}{I_y \cdot (1-\beta)} \cdot a_u \le (1-\beta) \cdot \sigma_{k,u} \cdot \eta_p$$

für $0,4 < \beta < 0,8$: (3.17)

$$1,85 \cdot \frac{M_L}{I_y \cdot (1-\beta)} \cdot a_u \le 0,6 \cdot \sigma_{k,u} \cdot \eta_p$$

Durch Umstellung von (3.14) bis (3.17) erhält man das Grenzbiegemoment M_G. Es bezeichnet das maximal aufnehmbare Biegemoment im Öffnungsquerschnitt. Für positive Momente wird die obere Deckschicht auf Druck beansprucht. Die Druckspannungen werden der Knitterspannung $\sigma_{k,o}$ gegenübergestellt. Für das positive Grenzbiegemoment wird das Zeichen (+) verwendet.

Für das Knittern der oberen Deckschicht:

für $0 < \beta < 0,4$: (3.18)

$$M_G^{(+)} = \frac{(1-\beta)^2}{1,85} \cdot \frac{I_y}{-a_o} \cdot \sigma_{k,o} \cdot \eta_p$$

für $0,4 < \beta < 0,8$: (3.19)

$$M_G^{(+)} = \frac{0,60 \cdot (1-\beta)}{1,85} \cdot \frac{I_y}{-a_o} \cdot \sigma_{k,o} \cdot \eta_p$$

Für das Knittern der unteren Deckschicht:

für 0 < β < 0,4: (3.20)

$$M_G^{(-)} = \frac{(1-\beta)^2}{1,85} \cdot \frac{I_y}{a_u} \cdot \sigma_{k,u} \cdot \eta_p$$

für 0,4 < β < 0,8: (3.21)

$$M_G^{(-)} = \frac{0,60 \cdot (1-\beta)}{1,85} \cdot \frac{I_y}{a_u} \cdot \sigma_{k,u} \cdot \eta_p$$

Die Funktion der Biegemomentenlinie für eine gleichförmige Streckenlast q ist:

$$M(x) = \frac{q}{2} \cdot x \cdot (L-x) \quad (3.22)$$

Hierbei wird x vom linken Lager aus positiv gezählt. Wird (3.22) in (3.14) bis (3.17) eingesetzt und nach x aufgelöst, ergibt sich die Grenzöffnungskoordinate x_G.

Für das Knittern der oberen Deckschicht:

für 0 < β < 0,4: (3.23)

$$x_G^{(+)} = \frac{L}{2} \pm \sqrt{-\frac{(1-\beta)^2}{1,85} \cdot \frac{I_y}{-a_o} \cdot \sigma_{k,o} \cdot \eta_p \cdot \frac{2}{w_D} + \frac{L^2}{4}}$$

für 0,4 < β < 0,8: (3.24)

$$x_G^{(+)} = \frac{L}{2} \pm \sqrt{-\frac{0,60 \cdot (1-\beta)}{1,85} \cdot \frac{I_y}{-a_o} \cdot \sigma_{k,o} \cdot \eta_p \cdot \frac{2}{w_D} + \frac{L^2}{4}}$$

Für das Knittern der unteren Deckschicht:

für 0 < β < 0,4: (3.25)

$$x_G^{(-)} = \frac{L}{2} \pm \sqrt{-\frac{(1-\beta)^2}{1,85} \cdot \frac{I_y}{a_u} \cdot \sigma_{k,u} \cdot \eta_p \cdot \frac{2}{w_S} + \frac{L^2}{4}}$$

für 0,4 < β < 0,8: (3.26)

$$x_G^{(-)} = \frac{L}{2} \pm \sqrt{-\frac{0,60 \cdot (1-\beta)}{1,85} \cdot \frac{I_y}{-a_u} \cdot \sigma_{k,u} \cdot \eta_p \cdot \frac{2}{w_S} + \frac{L^2}{4}}$$

Die Belastung ist vorzeichengerecht einzusetzen. Wird die bezogene Öffnungsbreite β klein gewählt, kann der Ausdruck unter der Wurzel negativ werden. Für diesen Fall kann im ganzen Trägerbereich eine Öffnung mit der bezogenen Breite β eingebracht werden.

3.3 Ermittlung von Grenzöffnungen für Zweifeldträger

Für den Zustand der Tragfähigkeit sind beide Felder als Einfeldträger zu betrachten. Erst im Zustand der Gebrauchstauglichkeit wird der Durchlaufträger betrachtet. Für den Einfeldträger ist die Grenzöffnungskoordinate x_G aus Kap. 3.2 zu entnehmen. Für den Zweifeldträger werden die Grenzöffnungskoordinaten hier erneut hergeleitet.

Im Zustand der Gebrauchstauglichkeit folgt aus Anlage A der bauaufsichtlichen Zulassung [8] für die Schubspannung im Kern:

$$1,40 \cdot \left[\tau_L + \tau_T\right] \le \frac{\beta_\tau}{\eta_\tau} \quad (3.27)$$

mit (3.1) folgt:

$$1,40 \cdot \left[\frac{Q_L + Q_T}{A_Q \cdot (1-\beta)}\right] \le \frac{\beta_\tau}{\eta_\tau} \quad (3.28)$$

Die Grenzquerkraft Q_G ermittelt sich getrennt für Sommer (S) und Winter (W) zu:

$$Q_G^{W} = \pm \frac{\beta_{\tau,=20°}}{\eta_\tau} \cdot \frac{A_Q \cdot (1-\beta)}{1,40} \quad (3.29)$$

$$Q_G^{S} = \pm \frac{\beta_{\tau,>20°}}{\eta_\tau} \cdot \frac{A_Q \cdot (1-\beta)}{1,40} \quad (3.30)$$

Die Werte der zulässigen Schubspannung β_τ für die beiden unterschiedlichen Temperaturbereiche T = 20 °C und T > 20 °C sind der Zulassung zu entnehmen.

Da es sich nun um eine statisch unbestimmte Berechnung handelt, müssen die Querkräfte aus der Stabwerksberechnung ermittelt werden. Für die Schnittgrößenermittlung ohne Berücksichtigung der Öffnungen lassen sich jedoch Formeln für die Schnittgrößen herleiten. Nach dem Kraftgrößenverfahren lässt sich die Auflagerkraft B_z des Mittelauflagers ermitteln. Für gleiche Feldstützweiten L gilt:

$$B_z^{\Delta T} = -\frac{\frac{L}{a} \cdot \alpha_T \cdot \Delta T}{\frac{L^2}{3 \cdot BS} + \frac{1}{AS}} \quad (3.31)$$

$$B_z^{q} = q \cdot L \cdot \frac{\frac{5}{4} + \frac{3 \cdot BS}{L^2 \cdot AS}}{1 + \frac{3 \cdot BS}{L^2 \cdot AS}} \quad (3.32)$$

Sind aus einer Stabwerksberechnung die Auflagerkräfte $B_z^{\Delta T}$ und B_z^{q} bekannt, so kann im Folgenden mit diesen weiter gerechnet werden. Die Querkraftverläufe im ersten Feld ergeben sich zu:

$$Q^{\Delta T}(x) = const. = -\frac{B_z^{\Delta T}}{2} \tag{3.33}$$

$$Q^{q}(x) = q \cdot (L - x) - \frac{B_z^{q}}{2} \tag{3.34}$$

Werden die Belastungen Wind und Temperatur im Sommer überlagert, so darf gemäß [8], Anhang A mit 60% der Windlast gerechnet werden. Werden (3.33) und (3.34) in (3.28) eingesetzt und nach x aufgelöst, ergeben sich die Grenzöffnungskoordinaten x_G getrennt nach vier Lastfällen zu:

LF Winter + Winddruck (3.35)

$$x_G^{T_W + w_D} = \frac{1}{w_D} \cdot \left(w_D \cdot L + \frac{\beta_{\tau,=20°}}{\eta_\tau} \cdot \frac{A_Q \cdot (1-\beta)}{1,40} - \frac{B_z^{\Delta T_W}}{2} - \frac{B_z^{w_D}}{2} \right)$$

LF Winter + Windsog (3.36)

$$x_G^{T_W + w_S} = \frac{1}{w_S} \cdot \left(w_S \cdot L + \frac{\beta_{\tau,=20°}}{\eta_\tau} \cdot \frac{A_Q \cdot (1-\beta)}{1,40} - \frac{B_z^{\Delta T_W}}{2} - \frac{B_z^{w_S}}{2} \right)$$

LF Sommer + Winddruck (3.37)

$$x_G^{T_S + w_D} = \frac{1}{w_D} \cdot \left(w_D \cdot L - \frac{\beta_{\tau,>20°}}{\eta_\tau} \cdot \frac{A_Q \cdot (1-\beta)}{0,84} - \frac{B_z^{\Delta T_S}}{1,2} - \frac{B_z^{w_D}}{2} \right)$$

LF Sommer + Windsog (3.38)

$$x_G^{T_S + w_S} = \frac{1}{w_S} \cdot \left(w_S \cdot L - \frac{\beta_{\tau,>20°}}{\eta_\tau} \cdot \frac{A_Q \cdot (1-\beta)}{0,84} - \frac{B_z^{\Delta T_S}}{1,2} - \frac{B_z^{w_S}}{2} \right)$$

Die Lastfallkombinationen Winter begrenzen die negativen und die Lastfallkombinationen Sommer die positiven Querkräfte.

Im Zustand der Gebrauchstauglichkeit folgt für die Deckschicht-Normalspannungen aus Anlage A der bauaufsichtlichen Zulassung [8]:

$$1,10 \cdot \left[\sigma_L + \psi \cdot \sigma_T \right] \le \sigma_k \cdot \eta_T \tag{3.39}$$

Der Beiwert η_T berücksichtigt eine Abminderung der Knitterspannung unter erhöhten Temperaturlasten. Der Beiwert ψ unterscheidet normale Gebäude von Kühlhäusern. Beide Beiwerte sind aus der jeweiligen Zulassung zu entnehmen. Da die Öffnungen nicht über ein Auflager hinaus reichen, ist die Knitterspannung im Bereich der Öffnung nur für Beanspruchungen im Feld anzusetzen.

Mit (3.39), (3.3), (3.6) bzw. (3.7) folgt für das Knittern der oberen Deckschicht:

für $0 < \beta < 0,4$:

$$1,10 \cdot \frac{M_L + \psi \cdot M_T}{I_y \cdot (1-\beta)} \cdot (-a_o) \le (1-\beta) \cdot \sigma_{k,o} \cdot \eta_T \tag{3.40}$$

für $0,4 < \beta < 0,8$:

$$1,10 \cdot \frac{M_L + \psi \cdot M_T}{I_y \cdot (1-\beta)} \cdot (-a_o) \le 0,6 \cdot \sigma_{k,o} \cdot \eta_T \tag{3.41}$$

Mit (3.39), (3.4), (3.6) bzw. (3.7) folgt für das Knittern der unteren Deckschicht:

für $0 < \beta < 0,4$:

$$1,10 \cdot \frac{M_L + \psi \cdot M_T}{I_y \cdot (1-\beta)} \cdot a_u \le (1-\beta) \cdot \sigma_{k,u} \cdot \eta_T \tag{3.42}$$

für $0,4 < \beta < 0,8$:

$$1,10 \cdot \frac{M_L + \psi \cdot M_T}{I_y \cdot (1-\beta)} \cdot a_u \le 0,6 \cdot \sigma_{k,u} \cdot \eta_T \tag{3.43}$$

Durch Umstellung von (3.40) bis (3.43) erhält man das Grenzbiegemoment M_G für das Knittern der oberen Deckschicht:

für $0 < \beta < 0,4$:

$$M_G^{(+)} = \frac{(1-\beta)^2}{1,10} \cdot \frac{I_y}{-a_o} \cdot \sigma_{k,o} \cdot \eta_T \tag{3.44}$$

für $0,4 < \beta < 0,8$:

$$M_G^{(+)} = \frac{0,60 \cdot (1-\beta)}{1,10} \cdot \frac{I_y}{-a_o} \cdot \sigma_{k,o} \cdot \eta_T \tag{3.45}$$

Für das Knittern der unteren Deckschicht:

für $0 < \beta < 0,4$:

$$M_G^{(-)} = \frac{(1-\beta)^2}{1,10} \cdot \frac{I_y}{a_u} \cdot \sigma_{k,u} \cdot \eta_T \tag{3.46}$$

für $0,4 < \beta < 0,8$:

$$M_G^{(-)} = \frac{0,60 \cdot (1-\beta)}{1,10} \cdot \frac{I_y}{a_u} \cdot \sigma_{k,u} \cdot \eta_T \tag{3.47}$$

Für die statisch unbestimmte Berechnung wird der gleiche Weg wie für die Berechnung der Querkräfte vorgeschlagen. Unter Verwendung der Mittelauflagerkräfte gemäß (3.31) und (3.32) folgen die Biegemomentenverläufe zu:

$$M^{\Delta T}(x) = -\frac{B_z^{\Delta T}}{2} \cdot x \qquad (3.48)$$

$$M^{q}(x) = q \cdot x \cdot (L - \frac{x}{2}) - \frac{B_z^{q}}{2} \cdot x \qquad (3.49)$$

Auch hier können die Mittelauflagerkräfte aus einer Stabwerksberechnung mit eingebrachter Öffnung eingebaut werden. Der Vergleich von (3.48) mit (3.33) und (3.49) mit (3.34) zeigt die folgerichtige Integration der Querkraftverläufe.

Werden die Belastungen Wind und Temperatur im Sommer überlagert, so darf gemäß [8], Anhang A mit 60% der Windlast gerechnet werden. Werden (3.48) und (3.49) in (3.40) bis (3.43) eingesetzt und nach x aufgelöst, ergeben sich die Grenzöffnungskoordinaten x_G getrennt nach zwei Lastfällen: Temperatur im Winter und Windbelastung, sowie Temperatur im Sommer und Windbelastung.

Da jeweils noch nach den zwei Fällen der Öffnungsgröße unterschieden werden muss, erfolgt keine separate Betrachtung für Winddruck und Windsog. Für die Lastfallkombination Winter wird nur das negative, für den Lastfall Sommer nur das positive Moment untersucht. Um die Ausdrücke der Grenzöffnungskoordinate klein zu halten, werden Abkürzungen verwendet.

LF Winter + Wind, für das Knittern der unteren Deckschicht:

$$x_G^{T_W+q} = \frac{\widetilde{P}}{2} \pm \sqrt{\frac{\widetilde{P}^2}{4} - \frac{2}{q} \cdot \widetilde{R}} \qquad (3.50)$$

$$\widetilde{P} = 2 \cdot L - \frac{B_z^{q}}{q} - \psi \cdot \frac{B_z^{\Delta T}}{q} \qquad (3.51)$$

für $0 < \beta < 0{,}4$:

$$\widetilde{R} = \frac{(1-\beta)^2}{1{,}10} \cdot \frac{I_y}{a_u} \cdot \sigma_{k,u} \cdot \eta_{T,=20°} \qquad (3.52)$$

für $0{,}4 < \beta < 0{,}8$:

$$\widetilde{R} = \frac{0{,}60 \cdot (1-\beta)}{1{,}10} \cdot \frac{I_y}{a_u} \cdot \sigma_{k,u} \cdot \eta_{T,=20°} \qquad (3.53)$$

LF Sommer + Wind, für das Knittern der oberen Deckschicht:

$$x_G^{T_S+q} = \frac{\widetilde{P}}{2} \pm \sqrt{\frac{\widetilde{P}^2}{4} - \frac{10}{3 \cdot q} \cdot \widetilde{R}} \qquad (3.54)$$

$$\widetilde{P} = 2 \cdot L - \frac{B_z^{q}}{q} - \psi \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{B_z^{\Delta T}}{q} \qquad (3.55)$$

für $0 < \beta < 0{,}4$:

$$\widetilde{R} = \frac{(1-\beta)^2}{1{,}10} \cdot \frac{I_y}{-(a_o)} \cdot \sigma_{k,o} \cdot \eta_{T,>20°} \qquad (3.56)$$

für $0{,}4 < \beta < 0{,}8$:

$$\widetilde{R} = \frac{0{,}60 \cdot (1-\beta)}{1{,}10} \cdot \frac{I_y}{-(a_o)} \cdot \sigma_{k,o} \cdot \eta_{T,>20°} \qquad (3.57)$$

3.4 Beispielberechnung

Anhand eines Zweifeldträgersystems mit gleichen Stützweiten werden für unterschiedliche Öffnungsgrößen Grenzöffnungen berechnet. Die Schnittgrößen werden im ersten Schritt ohne Öffnungen ermittelt. Die Berechnung erfolgt mit dem Programm MS-Excel.

Für ein Sandwichelement der Farbgruppe II im Zweifeldträgersystem und einer Lastangriffshöhe $h < 8{,}0$ m ergibt sich die zulässige Stützweite zu $L_G = 4{,}20$ m. Die Stützweite wird mit ca. 80 % der zulässigen Stützweite gewählt. Für die Berechnung werden die in Tabelle 3.1 aufgeführten Querschnittswerte verwendet.

Geometrie			**Belastung**		
L	=	3350 mm	w_S	=	-0,33 N/mm
B	=	1100 mm	ΔT_S ULS	=	55 °K
b	=	440 mm	ΔT_S SLS	=	40 °K
ß	=	0,400 -	w_D	=	0,55 N/mm
H	=	60 mm	ΔT_W	=	-40 °K
a_u	=	30 mm			
a_o	=	30 mm	**Zulassungswerte**		
Querschnittswerte			$ß\tau_{,=20°}$	=	0,12 N/mm²
A_Q	=	61100 mm²	$ß\tau_{,>20°}$	=	0,11 N/mm²
I_y	=	946200 mm⁴	$\sigma_{k,u}$	=	-111 N/mm²
E_D	=	210000 N/mm²	$\sigma_{k,o}$	=	-111 N/mm²
$G_{K,=20°}$	=	3,60 N/mm²	η_P	=	0,94 -
$G_{K,>20°}$	=	3,20 N/mm²	$\eta_{T,=20°}$	=	1,00 -
BS	=	1,987E+11 Nmm²	$\eta_{T,>20°}$	=	0,94 -
$AS_{=20°}$	=	2,200E+05 N	$\eta\tau$	=	1,10 -
$AS_{>20°}$	=	1,955E+05 N	ψ	=	0,90 -

Tabelle 3.1: Eingabedaten des Berechnungsbeispiels

Die Bezeichnung ULS steht als Abkürzung für ultimate limit state und bezeichnet den Grenzzustand der Tragfähigkeit. Die Bezeichnung SLS steht als Abkürzung für serviceability limit state und bezeichnet den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit.

Das Ergebnis der Berechnung sind vier Diagramme, in denen die Schnittgrößenverläufe der Lastfallkombinationen dargestellt sind. Wenn die Grenzöffnungskoordinate den Öffnungsbereich im Träger begrenzt, ist sie in den Diagrammen mit eingetragen. Als Wert wird die zugehörige Grenzschnittgröße angegeben. Dargestellt wird nur der linke Teil des Zweifeldsystems.

Am linken Rand ist das Randauflager, am rechten Rand die Mittelstütze positioniert. In den folgenden Tabellen werden die Grenzschnittgrößen und die Grenzöffnungskoordinaten aufgelistet.

Bild 3.1 zeigt den Verlauf der Querkraft im Zustand der Tragfähigkeit (ULS). In Tabelle 3.2 sind die berechneten Grenzquerkräfte Q_G gemäß (3.10) und die Grenzöffnungskoordinaten x_G gemäß (3.12) dargestellt. Maßgebend für den Zustand ULS ist der Lastfall Winddruck.

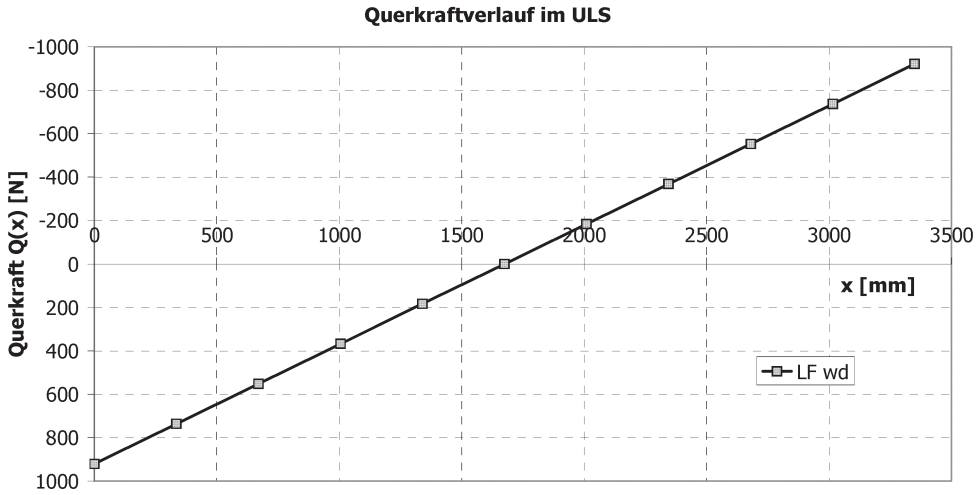


Bild 3.1: Verlauf der Querkraft im ULS

Zustand	LF bzw. LFK	Schnittgröße	Grenz-querkraft Q_G [N]	Grenz-koordinate x_G [mm]
ULS	w_D	Q_{Min}	-2162	-2255
	w_D	Q_{Max}	2162	5605

Tabelle 3.2: Grenzöffnungskoordinaten und Grenzquerkräfte im ULS

Die einwirkende Querkraft aus dem Lastfall w_D ist geringer als die Grenzquerkraft. Die Grenzkoordinaten liegen außerhalb der Systemgrenzen. Für alle Positionen im System kann eine Öffnung der bezogenen Breite $\beta = 0{,}4$ eingebracht werden. Der Nachweis ist immer erfüllt.

Bild 3.2 zeigt den Verlauf des Biegemomentes im Zustand der Tragfähigkeit (ULS). In Tabelle 3.3 sind die berechneten Grenzbiegemomente M_G gemäß (3.18) bzw. (3.19) und die Grenzöffnungskoordinaten x_G gemäß (3.23) bzw. (3.24) dargestellt. Maßgebend für den Zustand ULS ist der Lastfall Winddruck. Der Lastfall Windsog wird hier zusätzlich mit ausgegeben.

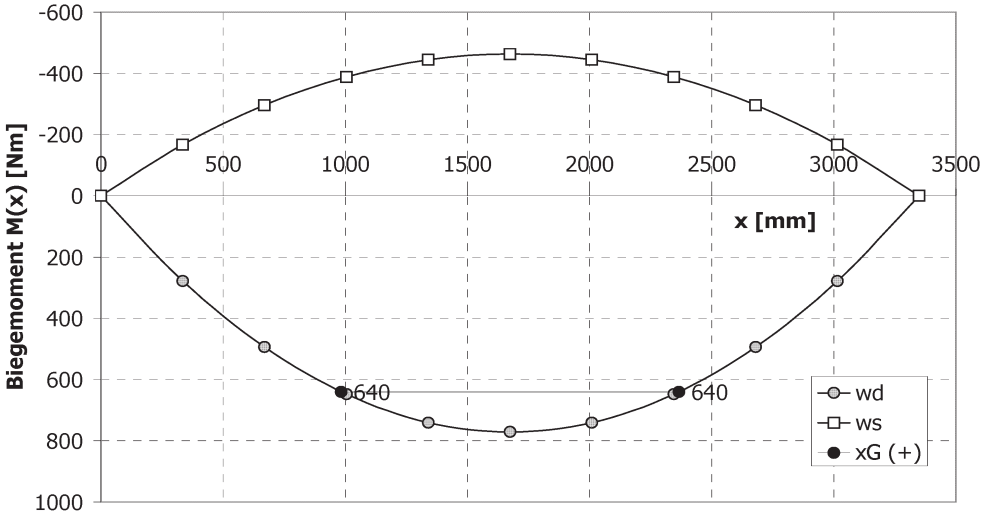


Bild 3.2: Verläufe des Biegemomentes im ULS

Zustand	LF bzw. LFK	Schnittgröße	Grenz-biegemoment M_G [Nm]	Grenz-koordinate x_G [mm]
ULS	w_D	M_{Max}	640	984
	w_D	M_{Max}	640	2366
	w_S	M_{Min}	-640	-
	w_S	M_{Min}	-640	-

Tabelle 3.3: Grenzöffnungskoordinaten und Grenzbiegekräfte im ULS

Das einwirkende Biegemoment aus dem Lastfall Windsog (w_S) ist geringer als das Grenzbiegemoment. Die Grenzkoordinaten bleiben unbestimmt. Für alle Positionen im System kann eine Öffnung der bezogenen Breite $\beta = 0{,}4$ eingebracht werden. Der Nachweis im Lastfall Windsog (w_S) ist immer erfüllt. Der Nachweis für den Lastfall Windsog ist wichtig, wenn unterschiedliche Deckschichten verwendet werden.

Im Lastfall Winddruck (w_D) ist das einwirkende Biegemoment größer als das Grenzbiegemoment. Es ergeben sich daher zwei Grenzkoordinaten für die Öffnung. Eine Öffnung kann entweder im Bereich $0 < x < 984$ mm oder im Bereich $2.366 \text{ mm} < x < 3.350$ mm eingebracht werden, um den Nachweis zu erfüllen.

Bild 3.3 zeigt den Verlauf der Querkräfte im Zustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS). Es wird jetzt die Untersuchung von vier Lastfallkombinationen erforderlich.

In Tabelle 3.4 sind die berechneten Grenzquerkräfte Q_G gemäß (3.29) bzw. (3.30) und die Grenzöffnungskoordinaten x_G gemäß (3.35), (3.36), (3.37) und (3.38) dargestellt. Maßgebend für den Zustand SLS ist am Mittelauflager die Lastfallkombination Temperatur im Winter und Winddruck ($T_W + w_D$).

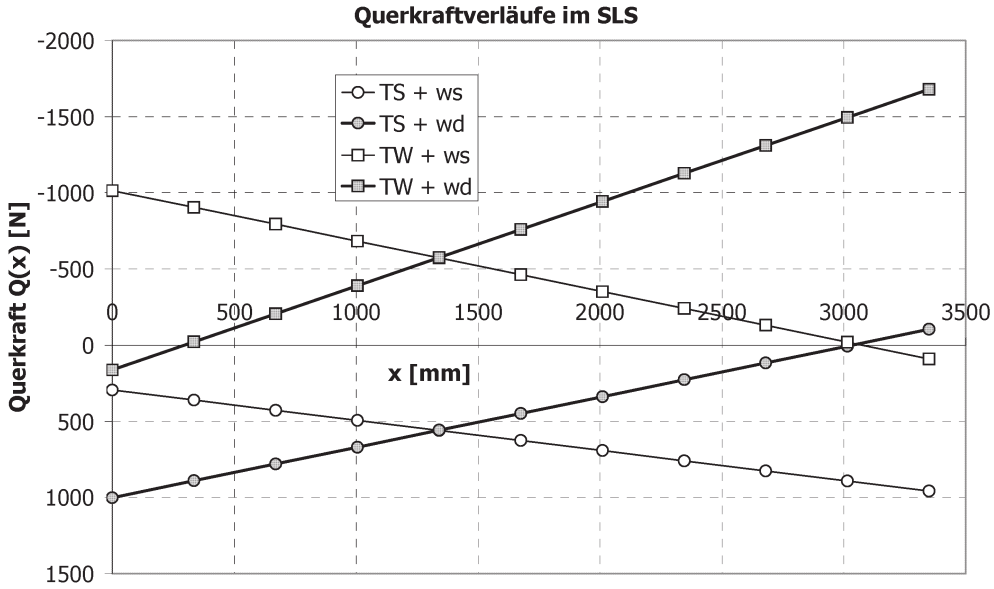


Bild 3.3: Verläufe der Querkraft im SLS

Zustand	LF bzw. LFK	Schnittgröße	Grenz-querkraft Q_G [N]	Grenz-koordinate x_G [mm]
SLS	$T_W + w_D$	Q_{Min}	-2857	5489
	$T_W + w_S$	Q_{Min}	-2857	-5581
	$T_S + w_D$	Q_{Max}	2619	-4901
	$T_S + w_S$	Q_{Max}	2619	11736

Tabelle 3.4: Grenzöffnungskoordinaten und Grenzquerkräfte im SLS

Wie auch schon im Zustand ULS ist die einwirkende Querkraft aus allen Lastfallkombinationen geringer als die Grenzquerkraft. Die Grenzkoordinaten liegen außerhalb der Systemgrenzen. Für alle Positionen im System kann eine Öffnung der bezogenen Breite $\beta = 0{,}4$ eingebracht werden. Der Nachweis ist immer erfüllt.

Bild 3.4 zeigt den Verlauf des Biegemomentes im Zustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS). Es wird jetzt die Untersuchung von vier Lastfallkombinationen erforderlich.

In Tabelle 3.5 sind die berechneten Grenzbiegemomente M_G gemäß (3.44) bis (3.47) und die Grenzöffnungskoordinaten x_G gemäß (3.50) bzw. (3.54) dargestellt. Maßgebend für den Zustand SLS ist am Mittelauflager die Lastfallkombination Temperatur im Winter und Winddruck ($T_W + w_D$).

Die Grenzbiegemomente begrenzen den Öffnungsbereich sowohl für die Einwirkungen aus Temperatur im Sommer, als auch für die Einwirkungen aus Temperatur im Winter. Die Lastfallkombination Temperatur im Sommer und Winddruck liefert die maßgebende Grenzöffnungskoordinate. Im Bereich $0 < x < 1.570$ mm kann eine Öffnung eingebracht werden, ohne dass das obere Deckblech knittert.

Für die Öffnung mit der Größe b = 440 mm ($\beta = 0{,}40$) zeigt sich ein möglicher Öffnungsbereich $0 < x < 984$ mm. Maßgebend war der Nachweis der Knitterspannung im ULS. Der Bereich $2.366 \text{ mm} < x < 3.350$ mm lässt sich wegen des Nachweises im Zustand SLS nicht mit einer Öffnung einschneiden.

Eine weitere Berechnung mit geringeren Steifigkeiten im Öffnungsquerschnitt für das Zweifeldträgersystem kann unterbleiben, da die Effekte nicht zu einem weiteren möglichen Öffnungsbereich führen.

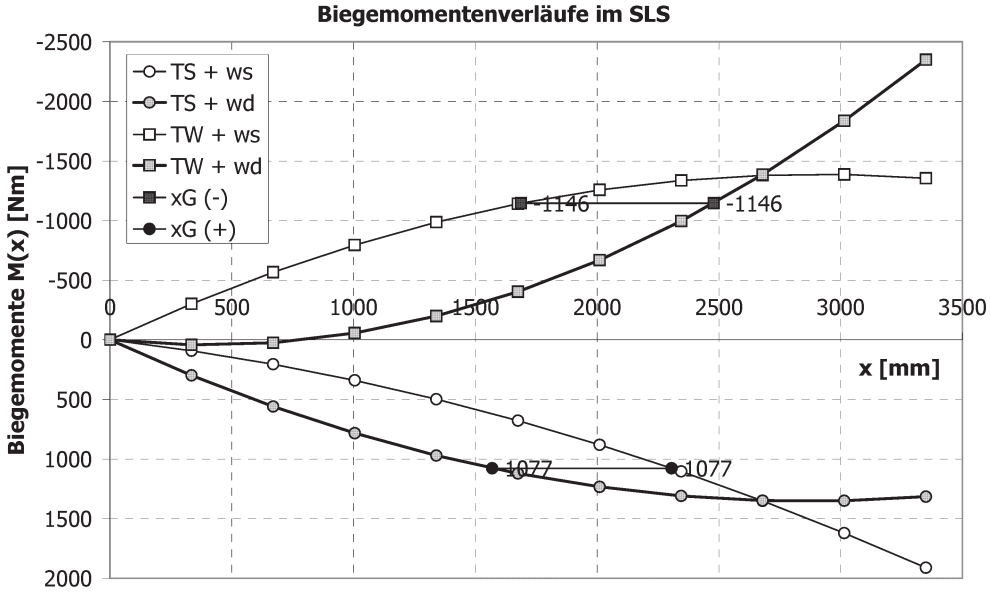


Bild 3.4: Verläufe der Biegemomente im SLS

Zustand	LF bzw. LFK	Schnittgröße	Grenz-biegemoment M_G [Nm]	Grenz-koordinate x_G [mm]
SLS	$T_W + w_D$	M_{Min}	-1146	2479
	$T_W + w_S$	M_{Min}	-1146	1687
	$T_S + w_D$	M_{Max}	1077	1570
	$T_S + w_S$	M_{Max}	1077	2306

Tabelle 3.5: Grenzöffnungskoordinaten und Grenzbiegemomente im SLS

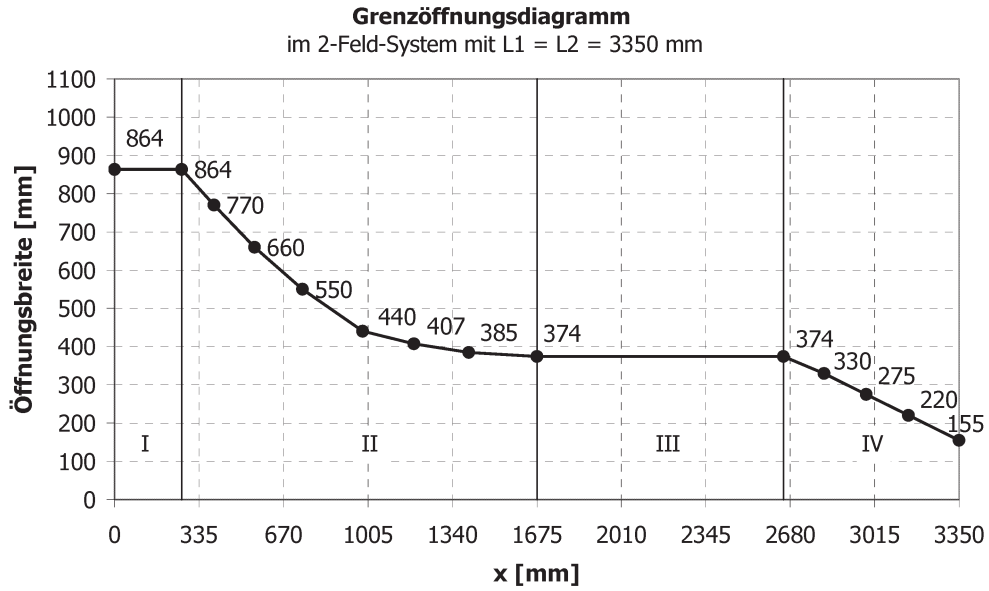


Bild 3.5: Grenzöffnungsdiagramm im 2-Feld-System mit $L_1 = L_2 = 3.350$ mm

Werden unterschiedliche Öffnungsgrößen b betrachtet, lassen sich diesen die zugehörigen Grenzöffnungskoordinaten gegenüberstellen. Bild 3.5 zeigt für das Berechnungsbeispiel das Grenzöffnungsdiagramm. Es ist gültig für den gewählten Elementtyp und die Stützweiten L = 3.350 mm. Die Zahlenwerte bezeichnen die zulässige Öffnungsgröße.

Es zeigen sich vier Bereiche im Grenzöffnungsdiagramm. Der Bereich I ($0 < x < 267$ mm) wird beschränkt durch die Querkrafttragfähigkeit im Zustand SLS. Der Bereich II (267 mm $< x <$ 1.675 mm) wird beschränkt durch die Biegemomententragfähigkeit im Zustand ULS und der Bereich IV (2.653 mm $< x <$ 3.350 mm) durch die Biegemomententragfähigkeit im Zustand SLS.

Im Bereich III (1.675 mm $< x <$ 2.653 mm) wird die Biegemomententragfähigkeit im Zustand SLS und im Zustand ULS gleichzeitig erreicht. Tragfähigkeitsgewinne durch die genauere Berechnung mit Öffnungen im statisch unbestimmten System können daher nur im Bereich I und IV zur Geltung kommen.

Für die bezogene Breite $\beta = 0{,}4$ lässt sich ein Knickpunkt in der Kurve feststellen. Hier zeigt sich der Übergang zwischen dem linearen in den konstanten Bereich der Knitterspannungsabminderung. Wird auf der Rechtsachse nicht der Parameter x, sondern der Parameter $\zeta = x / L$ verwendet (siehe Bild 3.6), lässt sich das Grenzöffnungsdiagramm in Form einer Kurvenschar auf unterschiedliche Stützweiten eines Elementes erweitern.

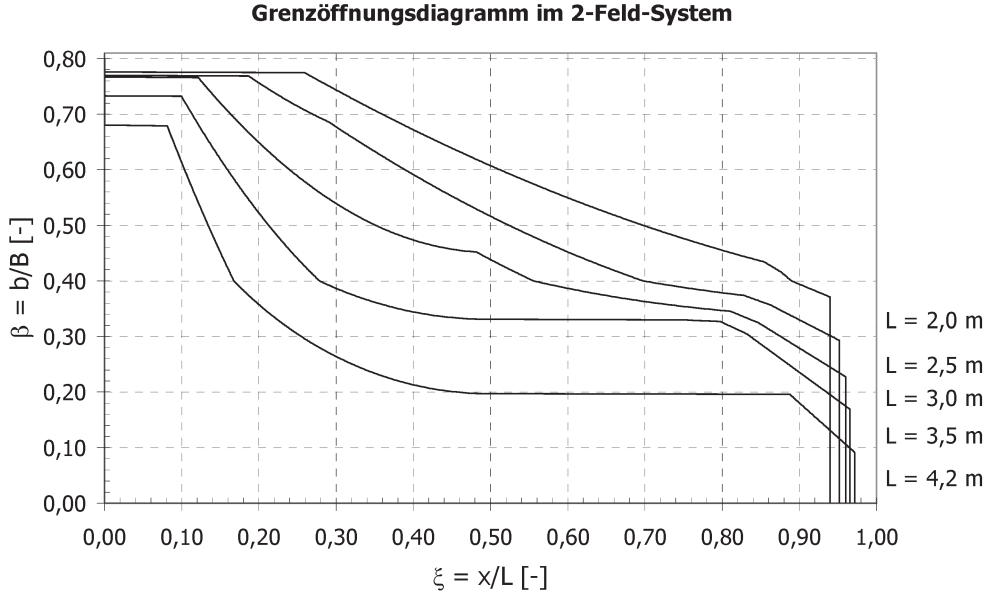


Bild 3.6: Grenzöffnungsdiagramm im 2-Feld-System

4 Der Elementverband mit Vollausschnitten

4.1 Berechnungsmodell und Schnittgrößen

In [1] wurde das Modell des Elementverbandes (siehe Bild 4.1) vorgestellt. Ihm liegt die Annahme zugrunde, dass ein Element mit einer Öffnung nicht alleine auf eine Belastung reagiert, sondern durch die Element-Längsfuge seine Randelemente mit belastet. Das Modell ermöglicht es jetzt, die beiden ungeschwächten Randelemente des Elementes mit Öffnungen zur Lastabtragung mit heranzuziehen.

Das Modell des Elementverbandes ist ein räumliches Stabwerksmodell, in dem sechs unterschiedliche Steifigkeiten erforderlich werden. Träger der Biegesteifigkeit BS und der Schubsteifigkeit AS in Längsrichtung des Elementes sind die Hauptträger (Pos. 1). Sie besitzen auch die Torsionssteifigkeit GI_T. Die Querträger (Pos. 2) besitzen die Biegesteifigkeit BS_Q und die Schubsteifigkeit AS_Q in Querrichtung des Elementes. Die Fugensteifigkeit k_F der Längsfuge wird über Vertikalstäbe (Pos. 3) abgebildet.

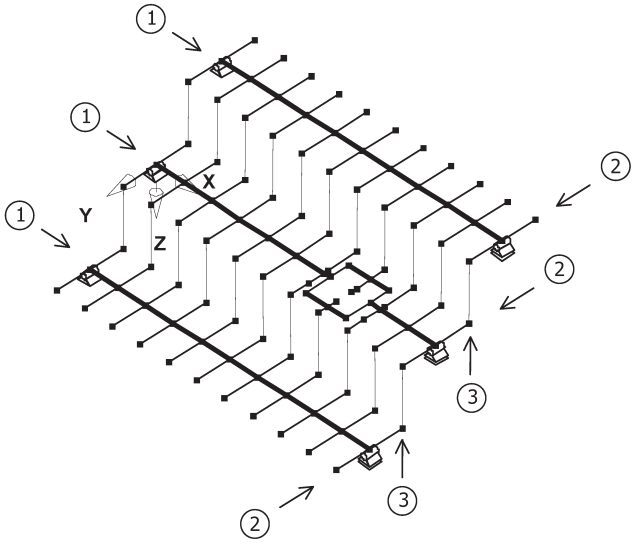


Bild 4.1: Modell eines Elementverbandes, Isometrie

Das Aufstellen des Elementverbandes ist umfangreich, lässt sich jedoch programmgesteuert optimieren. In dieser Dokumentation wird das Modell des Elementverbandes auf Vollausschnitte beschränkt (siehe Bild 4.2). Das Mittelelement ist im Öffnungsquerschnitt vollständig getrennt, die Randelemente besitzen keine Öffnung. Das Mittelelement trägt seine Lasten zum einen über die Fuge in die Randelemente ein und zum anderen über seine Eigenbiegesteifigkeit in das Randauflager.

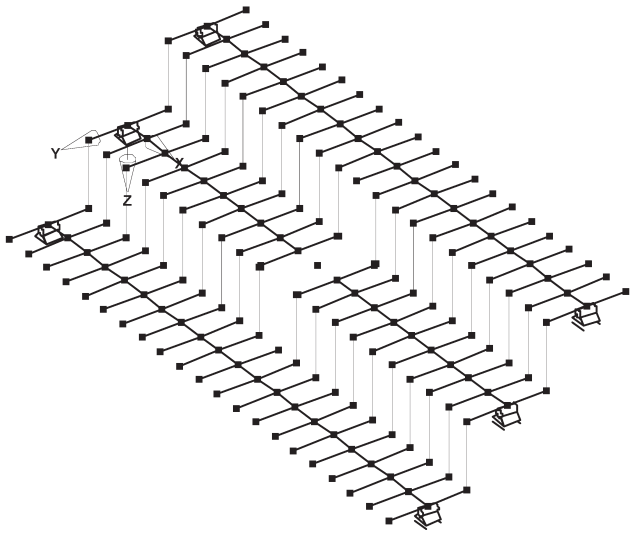


Bild 4.2: Elementverband mit Vollausschnitt

Auf der Grundlage des Elementverbandes mit Vollausschnitt (vgl. Bild 4.2) lässt sich nun ein Belastungsmodell des Randelementes (vgl. Bild 4.3) angeben, mit dem es möglich wird, einfache Nachweise zu führen. Dieses Belastungsmodell ist nur für Einfeldsysteme anwendbar. Die Lastverteilung in der Längsfuge konzentriert sich in dem Bereich kurz vor und hinter der Öffnung. Das Mittelelement wird folglich als Einfeldträger aufgefasst, der nur am Auflager und kurz vor bzw. hinter der Öffnung gestützt ist. Es gibt seine Streckenlasten q_M über den letzten Querträger vor bzw. hinter der Öffnung als Einzellasten auf die beiden Randelemente weiter. Gemäß Bild 4.3 ergeben sich die nachfolgend aufgeführten Einzellasten in den Punkten x_1 und x_2:

in $x_1 = x_m - \frac{l}{2}$ gilt:

$$P_1 = \frac{q_M \cdot L_1}{4} \tag{4.1}$$

mit $$L_1 = x_m - \frac{l}{2} \tag{4.2}$$

in $x_2 = x_m + \frac{l}{2}$ gilt:

$$P_2 = \frac{q_M \cdot L_2}{4} \tag{4.3}$$

mit $$L_2 = L - x_m - \frac{l}{2} \tag{4.4}$$

Die Öffnung wird als abgedeckt angesehen und die auf sie wirkende Belastung q_M wird direkt in die beiden Randelemente eingeleitet. Es gilt:

für $(x_m - \frac{l}{2}) \le x \le (x_m + \frac{l}{2})$

$$q = \frac{q_M}{2} \tag{4.5}$$

Die Lasteinleitung erfolgt exzentrisch in die Randelemente und erzeugt somit Torsionsbeanspruchungen.

in $x_1 = x_m - \frac{l}{2}$ gilt:

$$M_{T,1} = P_1 \cdot e = \frac{q_M \cdot L_1}{4} \cdot e \qquad (4.6)$$

in $x_2 = x_m + \frac{l}{2}$ gilt:

$$M_{T,2} = P_2 \cdot e = \frac{q_M \cdot L_2}{4} \cdot e \qquad (4.7)$$

für $(x_m - \frac{l}{2}) \le x \le (x_m + \frac{l}{2})$ gilt:

$$m_T = q \cdot e = \frac{q_M}{2} \cdot e \qquad (4.8)$$

mit $$e = \frac{B}{2} \qquad (4.9)$$

In den Randelementen erfolgt der Lastabtrag zusammen mit den direkt auf diese wirkenden Strecklasten q_R in die Auflager.

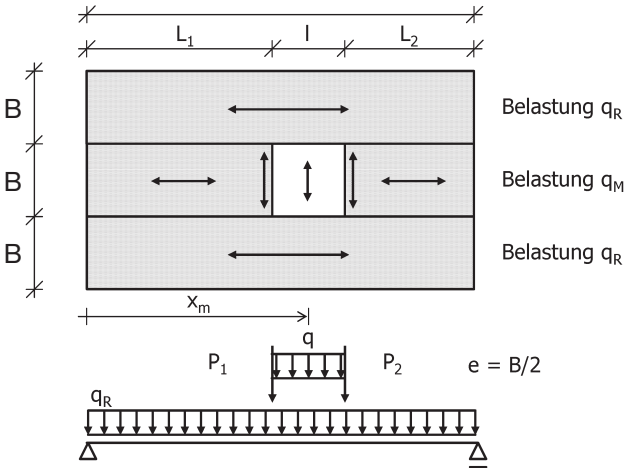


Bild 4.3: Belastungsmodell des Randelementes

Die Berechnung der Schnittgrößen reduziert sich auf das ungeschwächte Randelement, das nun zusätzliche Lasten aus dem Mittelelement erhält. Die Schnittgrößen sind im Einfeldträgersystem unabhängig von den Steifigkeiten und können über die Geometrie und die Belastung bestimmt werden. Für alle Öffnungspositionen lassen sich Formeln zur Querkraft und zum Torsionsmoment angeben.

Die Querkräfte ergeben sich zu:

$$Q(x=0) = q_R \cdot \frac{L}{2} + q_M \cdot \frac{L_2 + l}{4} \qquad (4.10)$$

$$Q(x=L) = -q_R \cdot \frac{L}{2} - q_M \cdot \frac{L_1 + l}{4} \qquad (4.11)$$

Die Torsionsmomente ergeben sich zu:

$$M_T(x=0) = q_M \cdot \frac{L_2 + l}{4} \cdot e \qquad (4.12)$$

$$M_T(x=L) = -q_M \cdot \frac{L_1 + l}{4} \cdot e \qquad (4.13)$$

Für die Biegemomente lässt sich für den allgemeinen Fall keine einfache Formel angeben, da die Maxima der einzelnen Belastungsanteile (q_R, q_M, P_1 und P_2) an unterschiedlichen Positionen auftreten. Hierfür ist eine Stabwerksberechnung am Einfeldträger erforderlich.

Besitzt der Vollausschnitt die Mittenkoordinate $x_m = L/2$, lassen sich alle Schnittgrößen in einfachen Formeln angeben.

mit $$L_1 = L_2 = \frac{L - l}{2} \qquad (4.14)$$

folgt: $$P_1 = P_2 = q_M \cdot \frac{L - l}{8} \qquad (4.15)$$

Die Querkräfte ergeben sich zu:

$$Q(x=0) = -Q(x=L) = q_R \cdot \frac{L}{2} + q_M \cdot \frac{L + l}{8} \qquad (4.16)$$

Das Biegemoment lässt sich angeben zu:

$$M_y(x=\frac{L}{2}) = q_R \cdot \frac{L^2}{8} + q_M \cdot \frac{L^2 + 2 \cdot l^2}{16} \qquad (4.17)$$

Die Torsionsmomente ergeben sich zu:

$$M_T(x=0) = -M_T(x=L) = q_M \cdot \frac{L + l}{8} \cdot e \qquad (4.18)$$

Sind darüber hinaus auch die Belastungen gleich ($q_R = q_M = q$), so folgt

für die Querkräfte:

$$Q(x=0) = -Q(x=L) = \frac{q}{8} \cdot (5 \cdot L + l) \qquad (4.19)$$

für das Biegemoment:

$$M_y(x=\frac{L}{2}) = \frac{q}{16} \cdot (3 \cdot L^2 + 2 \cdot l^2) \qquad (4.20)$$

für die Torsionsmomente:

$$M_T(x=0) = -M_T(x=L) = \frac{q}{8} \cdot (L + l) \cdot e \qquad (4.21)$$

Die Schnittgrößenverläufe für den mittigen Vollausschnitt sind in Bild 4.4 dargestellt.

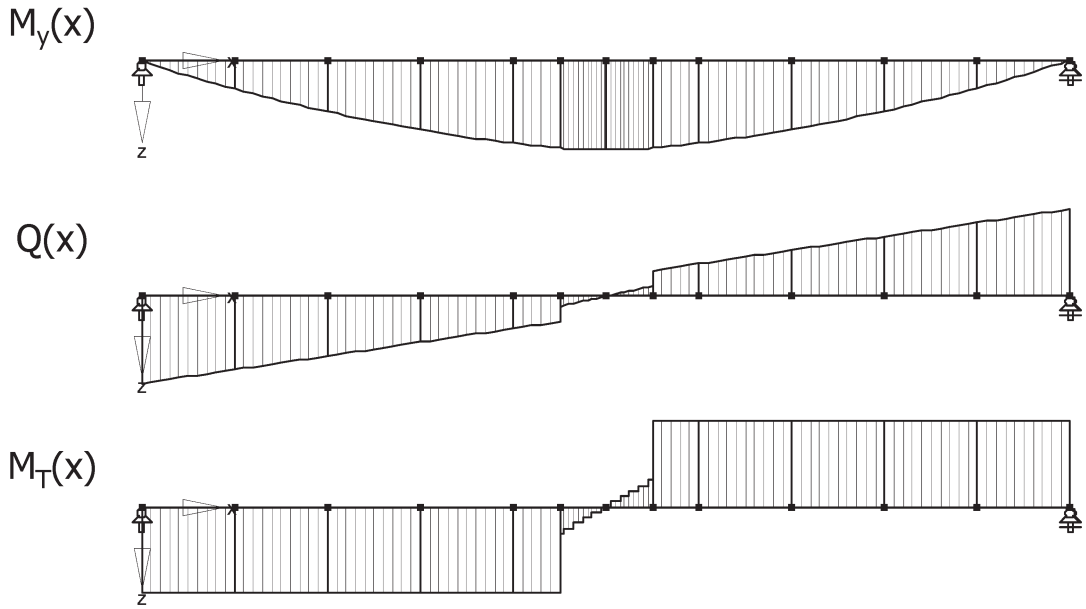


Bild 4.4: Schnittgrößen im Randelement

4.2 Verformungen

Für die Berechnung der Verformung sind nur noch drei Steifigkeiten erforderlich: die Biegesteifigkeit BS und die Schubsteifigkeit AS in Längsrichtung, sowie die Torsionssteifigkeit GI_T des Elementes. Die Biegesteifigkeit BS und die Schubsteifigkeit AS sind aus Kapitel 2 bekannt. Die Torsionssteifigkeit wird hier neu vorgestellt.

Werden Lasten über die Längsfuge in die Randelemente eingeleitet, erzeugen sie wegen ihrer Exzentrizität zur Längsachse ein Torsionsmoment M_T. Das Randelement reagiert mit einer Verdrehung ϑ um die Längsachse x. Der Abtrag dieser Torsionslasten erfolgt für Vollquerschnitte allgemein über Schubspannungen τ_{xy} und τ_{xz} in der Querschnittsebene und über Längsspannungen σ_x. Wird zum Abtrag der Torsionsbelastung nur der reine Schubspannungszustand im Querschnitt herangezogen, spricht man von wölbfreier Torsion (St. Venant´sche Torsion). Die Längsspannungen σ_x werden zu 0 gesetzt und für die Verdrillung ϑ', also die Änderung der Verdrehung ϑ' über die Länge dx folgt:

$$\vartheta'(x) = konst. \tag{4.22}$$

Eine Voraussetzung für diesen Schritt ist die unbehinderte Verwölbung aller Querschnittsteile. Es lässt sich jetzt die elastostatische Grundgleichung der St. Venant´schen Torsion herleiten (vgl. [4]).

$$M_T(x) = \vartheta'(x) \cdot G \cdot I_T \tag{4.23}$$

Mit (4.22) und (4.23) folgt eine Einschränkung für die St. Venant´sche Torsion. Das einwirkende Torsionsmoment M_T muss über die Länge x konstant sein. Nur für wölbfreie Querschnitte, die die Bedingung $\sigma_x = 0$ aufgrund ihrer Profilform ohne (4.22) erfüllen, ist die St. Venant´sche Torsion auch für über x veränderliche Torsionsmomente erfüllt.

Werden dünnwandige, geschlossene Querschnitte betrachtet, lässt sich das Torsionsmoment I_T aus einer statisch unbestimmten Berechnung ermitteln.

$$I_T = \frac{4 \cdot A_m^{\,2}}{\oint_s \frac{1}{t} ds} \tag{4.24}$$

Die Beziehung (4.24) wird als zweite Bredt´sche Formel bezeichnet.

Die Schubspannung τ lässt sich über die von der Profilmittellinie eingeschlossene Fläche berechnen.

$$\tau = \frac{M_T}{2 \cdot A_m \cdot t} \tag{4.25}$$

Die Beziehung (4.25) wird als erste Bredt´sche Formel bezeichnet.

Die Torsionssteifigkeit GI_T von Sandwichelementen mit ebenen Deckschichten wurde von Stamm / Witte [5], Höglund [6] und Zenkert [7] untersucht. Alle Untersuchungen behandeln nur die St. Venant´sche Torsion. Hier werden nur die Ansätze nach Höglund behandelt, da sie das Problem in praxisgerechter Form aufbereiten.

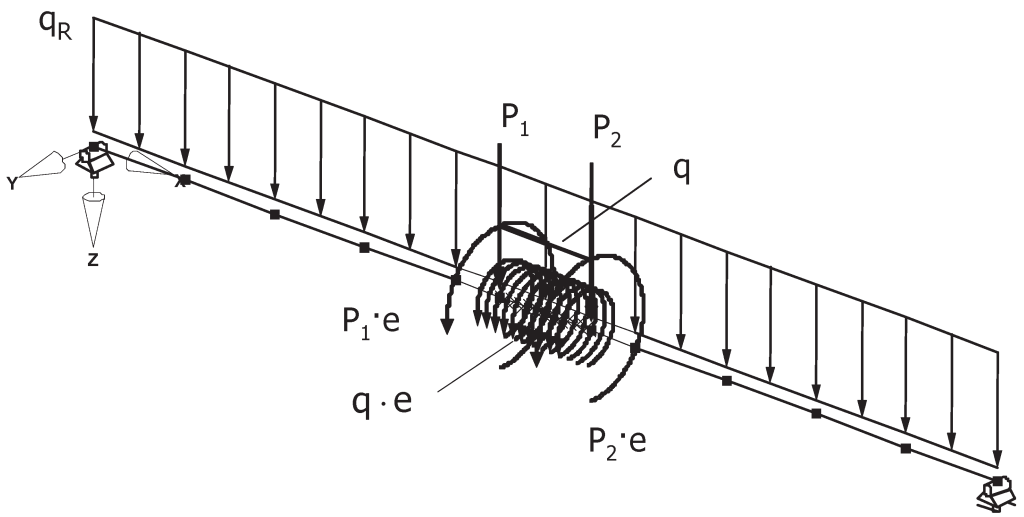


Bild 4.5: Belastungsmodell des Randelementes

Die in [6] veröffentlichte Formel (4.26)

$$G_D \cdot I_T = G_D \cdot \frac{4 \cdot A_m^{\,2}}{\oint_s \frac{1}{t} ds} = \frac{8 \cdot a^2 \cdot B^3 \cdot t \cdot G_D \cdot G_K}{6 \cdot B^2 \cdot G_K + 27 \cdot a \cdot t \cdot G_D}$$

lässt sich umformen und man erhält für das Torsionsträgheitsmoment I_T:

$$G_D \cdot I_T = \frac{4 \cdot (a \cdot B)^2}{\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot B}{t} + 9 \cdot \frac{a}{B} \frac{G_D}{G_K} \right)} \cdot G_D \qquad (4.27)$$

Man erkennt die Anteile des Deckblechs $(2 \cdot B/t)$ und die Gewichtung der Kernbreite $(B \cdot G_K/G_D)$ über die Schubsteifigkeiten der unterschiedlichen Materialien.

Für alle Öffnungspositionen lässt sich die Durchsenkung w und die Verdrehung ϑ mit einem Stabwerksprogramm an einem Einfeldträger berechnen. Wie schon in Kap. 2.3 dargestellt, ist für die Berechnung der Durchsenkung w die Schubsteifigkeit der Elemente zu berücksichtigen. Für die Ermittlung der Verdrehung ϑ muss die Berechnung räumlich erfolgen (vgl. Bild 4.5)

4.3 Nachweisverfahren

Um den Elementverband mit Vollausschnitten nachzuweisen, muss die Tragfähigkeit der Fuge und das Randelement überprüft werden. Die Beanspruchungen im Mittelelement sind immer geringer als im Randelement, da für alle Elemente die gleiche Dicke und die gleiche Breite verwendet wird.

Die Nachweise im Randelement können mit den Widerständen der für das Element geltenden bauaufsichtlichen Zulassung geführt werden. Dazu sind die Schnittgrößen aus Kap. 4.1 in Spannungen umzurechnen, mit Sicherheitsbeiwerten zu erhöhen und den zulässigen Spannungen gegenüberzustellen. Da es sich um ein Einfeldträgersystem handelt, werden nur Nachweise im Zustand der Tragfähigkeit maßgebend. Auch Temperaturbelastungen erzeugen keine zusätzlichen Spannungen. Für die Schubspannung des Kerns ist die Torsionsbeanspruchung zusätzlich zur Querkraft zu berücksichtigen. Die Schubspannung $\tau_{K,T}$ im Kern aus der Beanspruchung durch Torsion lässt sich nach Höglund [6] und Stamm / Witte [5] berechnen. Es wird hier wieder der Ansatz nach Höglund verwendet.

Für die einwirkenden Schubspannungen im Randelement gilt:

$$\tau_{K,T} = \frac{27}{8} \cdot \frac{M_T}{a \cdot B^2} \qquad (4.28)$$

$$\tau_{K,Q} = \frac{Q}{A_Q} \qquad (4.29)$$

Die Nachweisgleichung für die Schubspannung im Kern ist abgelegt in Anlage A der bauaufsichtlichen Zulassung [8].

Für den Zustand der Tragfähigkeit gilt:

$$1{,}85 \cdot \tau_L \le \frac{\beta_\tau}{\eta_\tau} \qquad (4.30)$$

mit (4.28) und (4.29) folgt:

$$1{,}85 \cdot \left(\frac{Q_L}{A_Q} + \frac{27}{8} \cdot \frac{M_T}{a \cdot B^2} \right) \le \frac{\beta_\tau}{\eta_\tau} \qquad (4.31)$$

Hierbei ist β_τ und η_τ aus der Zulassung zu entnehmen.

Für die einwirkenden Normalspannungen im Randelement gilt:

$$\sigma_o = \frac{M_y}{I_y} \cdot (-a_o) \tag{4.32}$$

$$\sigma_u = \frac{M_y}{I_y} \cdot a_u \tag{4.33}$$

Die Nachweisgleichung für die Deckschicht-Normalspannungen aus der Zulassung für den Zustand der Tragfähigkeit lautet aus Anlage A der bauaufsichtlichen Zulassung [8]

$$1{,}85 \cdot \sigma_L \leq \sigma_k \cdot \eta_p \tag{4.34}$$

mit (4.32) folgt:

$$1{,}85 \cdot \frac{M_y}{I_y} \cdot a_u \leq \sigma_{k,u} \cdot \eta_p \tag{4.35}$$

mit (4.33) folgt:

$$1{,}85 \cdot \frac{M_y}{I_y} \cdot (-a_o) \leq \sigma_{k,o} \cdot \eta_p \tag{4.36}$$

Um die Lastübertragung vom Mittelelement in die Randelemente zu gewährleisten, können zwei unterschiedliche Konstruktionen zur Anwendung kommen. Die Anordnung eines tragfähigen Rahmens im Öffnungsbereich oder die Lastübertragung über die Elementfuge.

Wird ein Rahmen angeordnet, so muss dieser die Querränder des Mittelelementes und die Elementlängsfuge im Vollausschnitt umfassen. Der Rahmen muss druck- und zugfest mit den Elementen verbunden sein, damit Winddruck- und Windsoglasten aufgenommen werden können. Es bietet sich hier ein U-förmiger Rahmen an. Vom Rahmenquerrand (senkrecht zur Elementlängsrichtung) werden die Lasten des Mittelelementes aufgenommen und in den Rahmenlängsrand (parallel zur Elementlängsrichtung) geleitet. Von dort werden sie über Druck an die Randelemente weitergegeben.

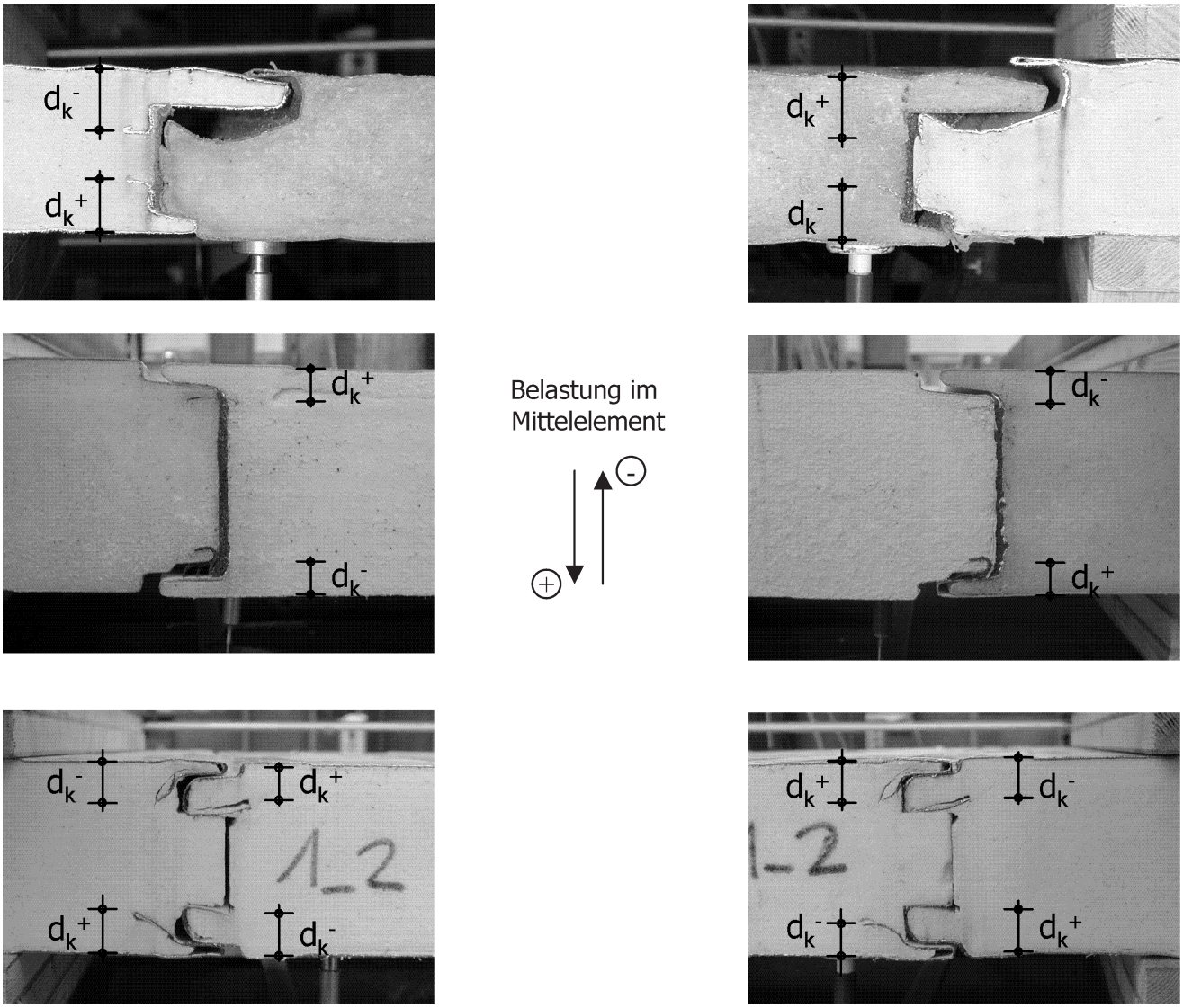


Bild 4.6: Fugengeometrien - verdeckte Befestigung, einfache und zweifache Fugenausbildung

Wird diese Konstruktion gewählt, so ist die Tragfähigkeit des Rahmens nachzuweisen. Rahmenflansche sind so zu dimensionieren, dass die zulässigen Druckspannungen des Sandwichelementes eingehalten werden. Werden aufgrund des geringeren Wärmedurchgangs Stege aus Kunststoff verwendet, so ist die schubsteife Verbindung nachzuweisen.

Wird die Last allein über die Elementfuge abgetragen, so ist die Tragfähigkeit generell in Versuchen nachzuweisen. Ein Versuchsstand zur Ermittlung der Fugentragfähigkeit ist in [1] angegeben. Die drei unterschiedlichen Fugengeometrien, die in diesem Versuchsstand untersucht wurden, sind in Bild 4.6 dargestellt. Das Versagensbild der Fugen zeigt Bild 4.7. Alle Fugen versagen durch einen Schubbruch an der Einspannstelle der lastabtragenden Kragarme.

Die Tragfähigkeit wird maßgeblich durch die Schubfestigkeit des Schaums und den Kragarmquerschnitt bestimmt. Wichtig ist die Einbindung des Deckblechs in den Schaumkern des Regelquerschnittes. Ist diese Einbindung nicht vorhanden, wird der reine Schaumquerschnitt neben der Querkraft auch auf Biegung beansprucht und ist dadurch kaum tragfähig.

Um für diese drei untersuchten Fugengeometrien eine rechnerische Abschätzung auf der sicheren Seite zu treffen, wurde die zulässige Fugenkraft $q_{F,U}$ aus der Schubspannung β_τ und der maßgebenden Kragarmhöhe d_K ermittelt. Diese Abschätzung ist nur für PUR-Kernwerkstoffe gültig und setzt eine kraftschlüssige, ausreichend tiefe Einbindung ($t \geq 10$ mm) des oberen Deckblechs in die Kernschicht voraus.

$$q_{F,U} = 1{,}10 \cdot d_K \cdot \beta_\tau \tag{4.37}$$

Die Lasteinleitungsbreite für die Lasten P beträgt b_e = 0,25 m und mit (4.37) folgt die Traglast am Vollausschnitt zu:

$$F_{F,U} = q_{F,U} \cdot b_e \tag{4.38}$$

Die Nachweisgleichung für die Fugenlast P lautet:

$$1{,}85 \cdot P \leq F_{F,U} \tag{4.39}$$

mit (4.37) und (4.38) folgt:

$$1{,}85 \cdot P \leq 1{,}10 \cdot d_K \cdot \beta_\tau \cdot b_e \tag{4.40}$$

Hierbei sind die unter der positiven bzw. negativen Belastung wirksamen Kragarmhöhen d_K aus der Fugengeometrie (vgl. Bild 4.6) und die zulässige Schubspannung β_τ aus der bauaufsichtlichen Zulassung zu entnehmen. Der Nachweis ist bei in Längsrichtung exzentrischen Vollausschnitten für die Lasten P_1 und P_2 zu führen.

Ist die Tragfähigkeit der Fuge nicht ausreichend, um die Lasten P zu übertragen, müssen Verstärkungsmaßnahmen ergriffen werden. Eine Möglichkeit besteht in der Anordnung von Verbindungsmitteln in den Lastpunkten.

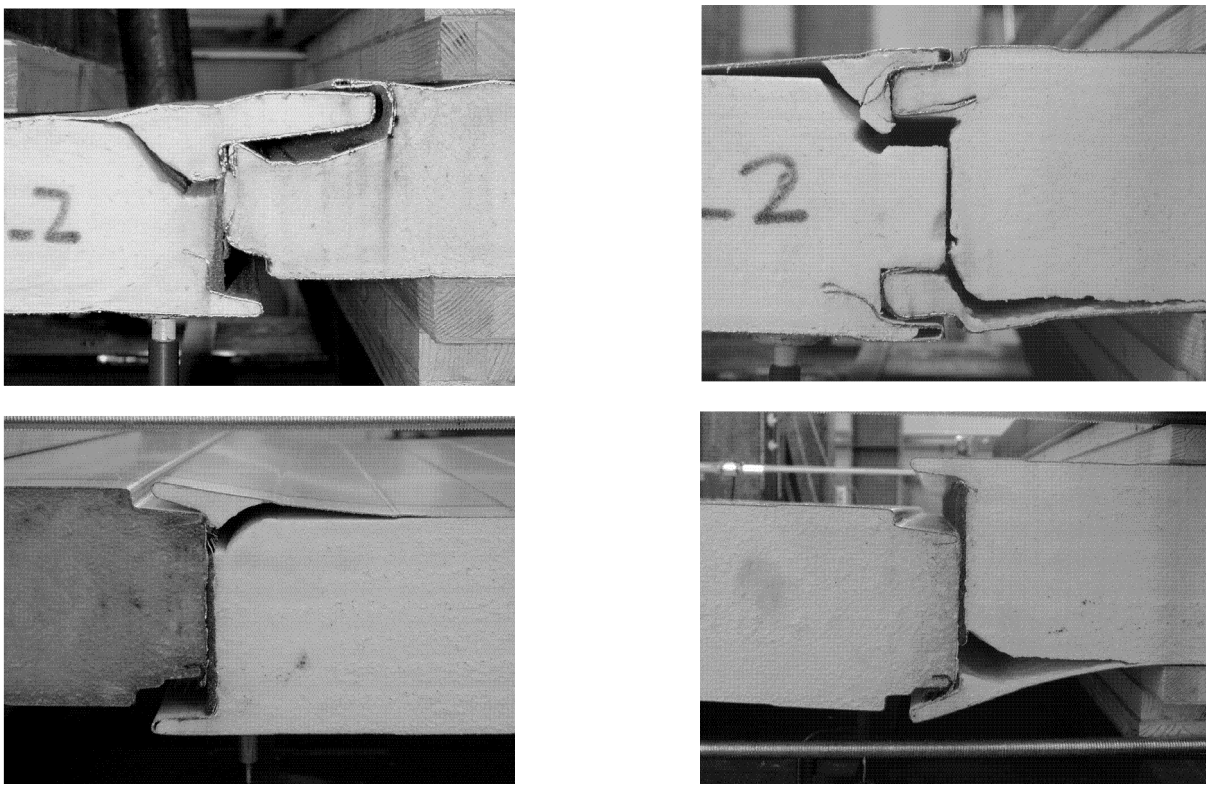


Bild 4.7: Versagensformen

4.4 Beispielberechnung

Um die Berechnung eines Elementverbandes mit Vollausschnitten zu verdeutlichen, wird ein Berechnungsbeispiel vorgestellt. In Tabelle 4.1 sind die Eingabedaten zusammengefasst.

Drei Sandwichelemente wirken zusammen im Elementverband (vgl. Bild 4.3). Die Elemente besitzen jeweils die Breite B = 1.000 mm und sind mit einer Länge L = 5.000 mm gestützt. Das Mittelelement besitzt an der Stelle xm = 2.000 mm einen Vollausschnitt der Länge l = 1.000 mm.

Die Deckschichten aller drei Elemente besitzen gleiche Dicken t = 0,60 mm und den Abstand der Deckschichtschwerlinien a = 80 mm. Alle drei Elemente werden durch Winddruck belastet.

Das Modell des Randelementes besteht aus 16 Knoten und 15 Stäben (vgl. Bild 4.8). Der Knotenabstand beträgt im Elementbereich (Stab 1 bis 3 und 10 bis 15) s = 400 mm, im Öffnungsbereich (Stab 5 bis 8) s = 250 mm. Die Stäbe vor (Stab 4) und hinter (Stab 9) der Öffnung besitzen angepasste Stablängen s = 300 mm bzw. 100 mm.

Die Berechnung der Verformungen und Schnittgrößen erfolgt am räumlichen, schubsteifen Biegestab mit dem Programm RSTAB. Für die Berechnung der Gesamtverformung w und der Verdrehung ϑ werden die in Tabelle 4.1 aufgeführten Querschnittswerte verwendet.

Geometrie				**Belastung**			
L	=	5000	mm	w_D	=	0,50	N/mm
B	=	1000	mm				
b	=	1000	mm	**Zulassungswerte**			
ß	=	1,000	-	$\beta\tau_{,=20°}$	=	0,12	N/mm²
a	=	80	mm	$\sigma_{k,u}$	=	-111	N/mm²
t_u	=	0,60	mm	$\sigma_{k,o}$	=	-111	N/mm²
t_o	=	0,60	mm	η_P	=	0,94	-
				$\eta_{T,=20°}$	=	1,00	-
Querschnittswerte				$\eta\tau$	=	1,10	-
A_Q	=	80000	mm²				
I_y	=	1920000	mm^4				
I_T	=	1309400	mm^4				
E_D	=	210000	N/mm²				
G_D	=	81000	N/mm²				
$G_{K,=20°}$	=	5,00	N/mm²				
BS	=	4,032E+11	Nmm²				
$AS_{=20°}$	=	4,000E+05	N				
G_DI_T	=	1,061E+11	Nmm²				

Tabelle 4.1: Eingabedaten des Berechnungsbeispiels

$$L_1 = \left(2000 - \frac{1000}{2}\right) \cdot mm = 1500mm$$ aus (4.2)

$$L_2 = \left(5000 - 2000 - \frac{1000}{2}\right) \cdot mm = 2500mm$$ aus (4.4)

$$P_1 = \frac{0,50N \cdot 1500mm}{4 \cdot mm} = 187,5N$$ (in x_1 = 1500 mm) aus (4.1)

$$P_2 = \frac{0,50N \cdot 2500mm}{4 \cdot mm} = 312,5N$$ (in x_2 = 2500 mm) aus (4.3)

$$q = \frac{0,50N}{2 \cdot mm} = 0,25\frac{N}{mm}$$ (im Bereich 1500 mm ≤ x ≤ 2500 mm) aus (4.5)

$$M_{T,1} = \frac{0,50N \cdot 1500mm}{4 \cdot mm} \cdot \frac{1,00m}{2} = 93,75Nm$$ (in x_1 = 1500 mm) aus (4.6)

$$M_{T,2} = \frac{0,50N \cdot 2500mm}{4 \cdot mm} \cdot \frac{1,00m}{2} = 156,25Nm$$ (in x_2 = 2500 mm) aus (4.7)

$$m_T = \frac{0,50N}{2 \cdot mm} \cdot \frac{1,00m}{2} = 0,125\frac{Nm}{mm}$$ (im Bereich 1500 mm ≤ x ≤ 2500 mm) aus (4.8)

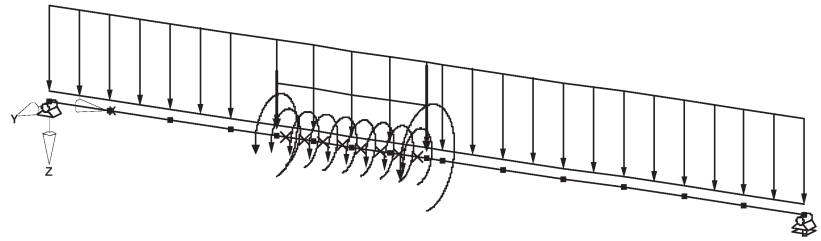
Die Belastungen für des Randelement sind damit bekannt und es können die Schnittgrößen berechnet werden.

$$Q(x=0) = 0,50\frac{N}{mm} \cdot \left[\frac{5000}{2} + \cdot \frac{2500+1000}{4}\right] \cdot mm = 1687,50N$$ aus (4.10)

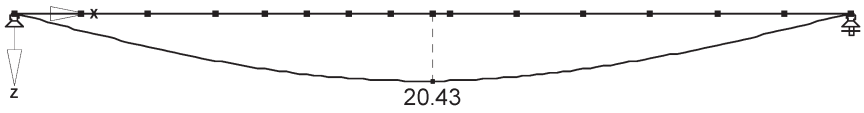
$$Q(x=L) = -0,50\frac{N}{mm} \cdot \left(\frac{5000}{2} - \frac{1500+1000}{4}\right) \cdot mm = -1562,50N$$ aus (4.11)

$$M_T(x=0) = 0,50\frac{N}{mm} \cdot \frac{(2500+1000) \cdot mm}{4} \cdot \frac{1,00m}{2} = 218,75Nm$$ aus (4.12)

$$M_T(x=L) = -0,50\frac{N}{mm} \cdot \frac{(1500+1000) \cdot mm}{4} \cdot \frac{1,00m}{2} = -156,25Nm$$ aus (4.13)



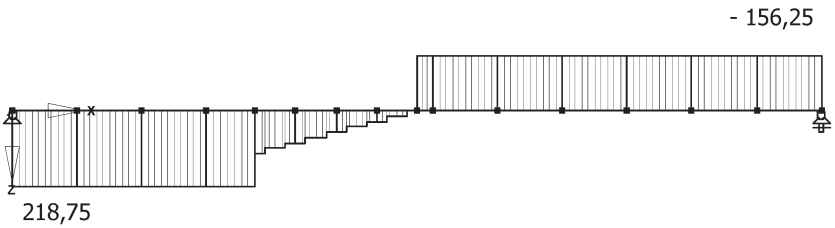
Statisches System und Belastung



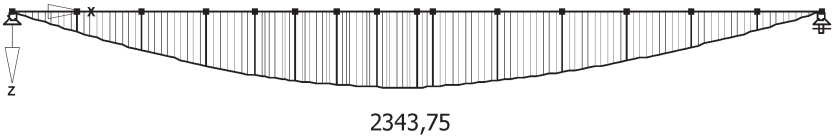
Verformungen w(x) [mm]



Querkräfte Q(x) [N]



Torsionsmomente $M_T(x)$ [Nm]



Biegemomente $M_y(x)$ [Nm]

Bild 4.8: Ergebnisse der Berechnung des Randelementes

Das Biegemoment M_y und die Verformungen w und ϑ werden aus einer räumlichen Stabwerksberechnung gewonnen. Das Streckentorsionsmoment m_T wird hierbei in 8 Einzelmomente im Abstand e_x = 125 mm aufgeteilt.

$$M_T = m_T \cdot e_x = 0{,}125 \frac{Nm}{mm} \cdot 125mm = 15{,}625Nm$$

Die oben berechneten Schnittgrößen werden als Kontrolle der Eingabe verwendet. In Bild 4.8 sind die Ergebnisse aus der Randträgerberechnung zusammengestellt.

Parallel zu der Berechnung des Randträgers wurde eine Berechnung mit dem Elementverband mit Vollausschnitt durchgeführt. In Tabelle 4.2 sind die maximalen Werte beider Berechnungen gegenübergestellt.

Schnittgröße, Verformung	Einheit	Modell Randelement	Modell Elementverband	Abweichung [%]
Q(x = 0)	[N]	1687,50	1721,11	2,0
Q(x = L)	[N]	-1562,50	-1547,16	-1,0
M_T(x=0)	[Nm]	218,75	235,55	7,1
M_T(x=L)	[Nm]	-156,25	-148,58	-5,2
$M_{y,max}$	[Nm]	2343,75	2343,75	0,0
w_{max}	[mm]	20,43	20,53	0,5
ϑ_{max}	[mrad]	3,683	3,683	0,0

Tabelle 4.2: Gegenüberstellung der Ergebnisse aus den Modellen Elementverband und Randelement

Es zeigen sich nur geringe Abweichungen gegenüber der Berechnung im Elementverband. Eine hier nicht dokumentierte Parameterstudie zeigt auch für Grenzfälle eine gute Übereinstimmung zwischen beiden Modellen.

Es lassen sich nun die Nachweise gemäß Kap. 4.3 führen.

Nachweis der Kern-Schubspannung

$$1{,}85 \cdot \left(\frac{1687{,}50 N}{80000 mm^2} + \frac{27}{8} \cdot \frac{218{,}75 Nm}{0{,}08 m \cdot 1000^2 mm^2} \right) \leq \frac{0{,}12}{1{,}10}$$

aus (4.31)

$$1{,}85 \cdot (0{,}021 + 0{,}009) \frac{N}{mm^2} \leq 0{,}109 \frac{N}{mm^2}$$

$$0{,}056 \frac{N}{mm^2} \leq 0{,}109 \frac{N}{mm^2} \quad \checkmark$$

Nachweis der Deckschicht-Normalspannung

$$1,85 \cdot \frac{2343,75Nm \cdot 1000mm}{1920000mm^4 \cdot m} \cdot (-40mm) \leq -111 \frac{N}{mm^2} \cdot 0,94$$

aus (4.36)

$$-90,33 \cdot \frac{N}{mm^2} \leq -104,34 \frac{N}{mm^2} \quad \checkmark$$

Nachweis der Elementlängsfuge

Es wird nur die größte Last P_2 nachgewiesen.

$$1,85 \cdot 312,5N \leq 1,10 \cdot 20mm \cdot 0,12 \frac{N}{mm^2} \cdot 250mm$$

aus (4.40)

$$579N \leq 660N \quad \checkmark$$

Die Lastübertragung kann allein über die Elementlängsfuge erfolgen.

Alle Nachweise des Randelementes sind erfüllt und die Lastabtragung ist nachgewiesen.

5 Zusammenfassung

In Kapitel 1 werden allgemeine Angaben zur Sandwichtechnik gegeben. Es erfolgt eine Einteilung und die Abgrenzung der in dieser Fachinformation behandelten Öffnungsarten. Die Praxisrelevanz wird herausgestellt und auf Erfahrungen bei der Öffnungserstellung eingegangen. Es werden die Randbedingungen der Berechnung und deren Einschränkungen aufgezeigt.

Um Verformungen und Schnittgrößen ermitteln zu können, werden in Kapitel 2 Berechnungsverfahren angegeben. Es werden die Grundlagen der Sandwichtheorie für Wand-Sandwichelemente erläutert. Mit den Formeln aus dem TNO-Report (siehe [2]) ist es für einfache Fälle möglich, die Verformung abzuschätzen. Für unterschiedliche statische Systeme und Belastungen können die Verformungen mit einem Stabwerksprogramm berechnet werden. Die Modellierung hierfür wird erläutert. Für statisch unbestimmte Systeme werden allgemeine Angaben zu Schnittgrößen und Verformungen formuliert und anhand einer Parameterstudie belegt.

In Kapitel 3 werden Formeln zur Erstellung eines Grenzöffnungsdiagramms für Einfeld- und Zweifeldsysteme vorgestellt. Dieses ermöglicht eine einfache Entscheidung, ob und wenn ja, mit welcher Größe und an welcher Stelle eine Öffnung in ein Element eingebracht werden kann, damit alle Nachweise erfüllt werden.

Um auch Vollausschnitte nachweisen zu können, wird in Kapitel 4 das Modell des Elementverbandes vorgestellt. Es wird auf ein einfaches Belastungsmodell reduziert, das nur noch das Randelement eines Elementverbandes betrachtet. Nachweise sind für das ungeschwächte Randelement mit Zusatzlasten zu führen. Zusätzlich ist die Lasteinleitung in das Randelement nachzuweisen. Es werden dafür auf der sicheren Seite liegende Bemessungsformeln formuliert, die jedoch an enge Anwendungsgrenzen gebunden sind.

Alle hier formulierten Bemessungsverfahren sind als Vorschläge zu verstehen und nur in den definierten Anwendungsgrenzen gültig.

6 Verzeichnisse

6.1 Literaturverweise

[1] Böttcher M., „Wand-Sandwichelemente mit Öffnungen”, Dissertation an der TU Darmstadt, Heft 73, Veröffentlichung des IfSW, Darmstadt 2005

[2] Courage W. M. G., Tomà A. W., „Structural detailing of openings in sandwich panels”, TNO Building and Construction Research, Official Publication of the European Communities, 1998

[3] Heselius L., „Wrinkling analysis of flat faced sandwich panels with respect to bonding strength and core properties with mineral wool as core material”, Dissertation am FB 13 der TU Darmstadt, Darmstadt, 2005

[4] Friemann H., „Schub und Torsion in geraden Stäben”, Werner-Ingenieur-Texte, 78, Werner Verlag, 1993

[5] Stamm K., Witte H., „Sandwichkonstruktionen - Berechnung, Fertigung, Ausführung”, Springer-Verlag, 1974

[6] Davies J. M. (Editor), „Lightweight Sandwich Construction”, Blackwell Science Ltd., 2001

[7] Zenkert D., „An introduction to Sandwich Construction”, EMAS LTD., 1995

[8] DIBt, „Allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen Nr.: Z-10.4-xxx, Zulassungsgegenstand: Wand und Dach Sandwichelemente”, je nach Antragsteller unterschiedliche Nummern xxx und Geltungsdauern.

6.2 Symbolverzeichnis

Die verwendeten Symbole werden mit ihren Indizes aufgeführt. Eine Unterteilung erfolgt in große und kleine lateinische, sowie in griechische Symbole.

Große lateinische Symbole

Symbol	Bezeichnung
A	Fläche, Auflagerreaktion im linken Rand eines Einfeldträgers
A_D	Fläche der Deckschicht
A_m	Fläche, die von der Profilmittellinie eingeschlossen wird
A_o	Deckschichtfläche oben
A_Q	Querkraftfläche
$A_{Q,b}$	Querkraftfläche im Öffnungsbereich
$A_{Q,B}$	Querkraftfläche im ungestörten Bereich
AS	Sandwich-Schubsteifigkeit
A_u	Deckschichtfläche unten
B	Nennbreite des Sandwichelementes
B_D	abgewickelte Breite der Deckschicht
B_K	Kernbreite des Elementes
B_o	abgewickelte Breite der oberen Deckschicht
BS	Sandwich-Biegesteifigkeit
B_u	abgewickelte Breite der unteren Deckschicht
B_z^i	Mittelauflagerkraft im 2-Feld-System im Lastfall i, mit i = q, ΔT
E	Materialkennwert Elastizitätsmodul
E_D	Elastizitätsmodul der Deckschicht
E_o	Elastizitätsmodul der oberen Deckschicht
E_u	Elastizitätsmodul der unteren Deckschicht
F	äußere Einzellast
$F_{F,U}$	Traglast der Element-Längsfuge
G_D	Schubmodul der quasi-ebenen Deckschicht
G_K	Schubmodul der Kernschicht
$G_{K,i}$	Schubmodul der Kernschicht für die Temperatur i, mit i = (>20°), (=20°)
H	Gesamthöhe des Sandwichelementes
I_T	Torsionsträgheitsmoment
I_y	Flächenträgheitsmoment um die y-Achse
$I_{y,b}$	Flächenträgheitsmoment um die y-Achse im Öffnungsbereich
$I_{y,B}$	Flächenträgheitsmoment um die y-Achse im ungestörten Bereich
L	Länge, Stützweite
L_A	Länge des Auflagers in x-Richtung
L_E	Länge des Elementes
L_G	Grenzstützweite
L_i	Stützweite im Feld i, mit i = 1, 2
M_G^i	Grenzbiegemoment mit Vorzeichen i, mit i = (+), (-)
$M_i(x)$	Verlauf der Biegemomente unter der Belastung i, mit i = q, ΔT
M_L	einwirkendes Biegemoment aus Lastbeanspruchung
M_{max}	größtes Biegemoment im System
M_{min}	kleinstes Biegemoment im System
M_T	Torsionsmoment, einwirkendes Biegemoment aus Temperaturbeanspruchung
M_y	Biegemoment um die y-Achse
P_i	Einzellast im Belastungsmodell
Q_{Gi}	Grenzquerkraft im Lastfall i, mit i = S, W
Q_L	einwirkende Querkraft aus Lastbeanspruchung
Q_T	einwirkende Querkraft aus Temperaturbeanspruchung

Symbol	Bezeichnung
S	Sommer
T_a	Temperatur der äußeren Deckschicht
$T_{a,i}$	Temperatur der äußeren Deckschicht für die Farbgruppe i, mit i = I, II, III
T_i	Temperatur der inneren Deckschicht
T_S	Temperaturbelastung im Sommer
T_W	Temperaturbelastung im Winter
W	Winter

Kleine lateinische Symbole

Symbol	Bezeichnung
a	Abstand der oberen zur unteren Schwerachse der Deckschicht
a_{Max}	maximale Ablösungstiefe für Sägeschnitte
a_{Min}	minimale Ablösungstiefe für Sägeschnitte
a_{Mittel}	mittlere Ablösungstiefe für Sägeschnitte
a_o	Schwerachsenabstand vom Gesamtelement zur oberen Deckschicht
a_u	Schwerachsenabstand vom Gesamtelement zur unteren Deckschicht
b	Breite der Öffnung in y-Richtung
d_K	Höhe eines Fugenkragarms
ds	infinitesimale Länge in s-Richtung
e	Exzentrizität in y-Richtung
e_x	Abstand in x-Richtung
f	Abstand von Lasteinleitung zu Auflager
h_k	Höhe des Kerns
k	Faktor zur Berücksichtigung der Schubweichheit
k_0	Faktor zur Berücksichtigung des Öffnungseinflusses auf die Verformung
k_1	Faktor zur Berücksichtigung der Öffnungsgeometrie
k_2	Faktor zur Berücksichtigung der Öffnungsgeometrie
l	Länge der Öffnung in x-Richtung
m_T	Strecken-Torsionsmoment
p	Einwirkende Gleichflächenlast
q	Einwirkende Streckenlast
$q_{F,U}$	auf die Fugenlänge bezogene Traglast der Element-Längsfuge
q_M	Einwirkende Streckenlast im Mittelelement
q_R	Einwirkende Streckenlast im Randelement
r	Radius einer kreisförmigen Öffnung
s	Knotenabstand
t	Dicke
t_D	Dicke der Deckschicht
t_o	Dicke der oberen Deckschicht
t_P	Tiefe der Profilierung
tu	Dicke der unteren Deckschicht
w	Verformung in Dickenrichtung, z-Richtung
w_D	Belastung Winddruck
w_i	Verformung in Dickenrichtung im Lastfall i, mit i = w_D, w_S, ΔT
$w_{i,max}$	maximale Verformung im Feld i eines 2-Feld-Trägers, mit i = 1, 2
w_M	Biegeanteil der Verformung in Dickenrichtung
w_Q	Schubanteil der Verformung in Dickenrichtung
w_S	Belastung Windsog
x	Achsenbezeichnung des Sandwichelementes in Produktionsrichtung

Symbol	Bezeichnung
x_a	Anfangskoordinate einer Öffnung in x-Richtung
x_e	Endkoordinate einer Öffnung in x-Richtung
x_G^i	Grenzöffnungskoordinate für das Moment mit Vorzeichen i, mit i = (+), (-)
x_G^{i+k}	Grenzöffnungskoordinate in der LF i + k, mit i = W, S und k = w_D, w_S, q
x_m	Mittenkoordinate einer Öffnung in x-Richtung
x_R	Abstand des Öffnungsrandes vom Auflager in x-Richtung
y	Achsenbezeichnung des Sandwichelementes in Querrichtung
z	Achsenbezeichnung des Sandwichelementes in Dickenrichtung

Große und kleine griechische Symbole

Symbol	Bezeichnung
α_T	materialabhängiger Temperaturbeiwert
β	auf die Deckschichtbreite bezogene Öffnungsbreite
$\beta_{\tau,i}$	Grenzschubspannung gemäß Zulassung für Temperatur i, mit i = (>20°), (=20°)
Δ	Abweichung, Differenz
Φ	Temperaturbeiwert
η_P	Beiwert gemäß Zulassung zum Einfluss der Profilierung auf die Knitterspannung
η_T	Beiwert gemäß Zulassung zum Einfluss der Temperatur auf die Knitterspannung
η_τ	Schubspannungsbeiwert gemäß Zulassung
ϑ	Winkel der Verdrehung um die x-Achse
σ_0	Brutto-Normalspannung der Deckschicht
σ_k	Knitterspannung
$\sigma_{k,o}$	Knitterspannung der oberen Deckschicht
$\sigma_{k,u}$	Knitterspannung der unteren Deckschicht
σ_L	einwirkende Normalspannung im Deckblech unter Lastbeanspruchung
σ_N	Normalspannung bezogen auf den Nettoquerschnitt
$\sigma_{o,N}$	Netto-Normalspannung der oberen Deckschicht
$\sigma_{u,N}$	Netto-Normalspannung der unteren Deckschicht
σ_T	einwirkende Normalspannung im Deckblech unter Temperaturbeanspruchung
τ_0	Brutto-Schubspannung
$\tau_{K,T}$	Kern-Schubspannung aus Torsionsbeanspruchung
$\tau_{K,Q}$	Kern-Schubspannung aus Querkraftbeanspruchung
τ_L	einwirkende Schubspannung aus Lastbeanspruchungen
τ_N	Netto-Schubspannung
τ_T	einwirkende Schubspannung aus Temperaturbeanspruchungen
ψ	Beiwert gemäß Zulassung zur Berücksichtigung von Kühlhäusern

Qualität mit Sicherheit

Der IFBS entwickelt Qualitätskriterien und verleiht das Qualitätszeichen für Bau- und Montageleistungen.

Ein Unternehmen, das mit dem IFBS-Qualitätszeichen ausgezeichnet ist

- verfügt über langjährige Erfahrungen mit Bauelementen im Metallleichtbau
- berät kompetent über Statik sowie Bauphysik und hilft bei der Auswahl der richtigen Bauelemente
- setzt individuelle architektonische Entwürfe optimal um
- beschäftigt geschulte und erfahrene Mitarbeiter
- garantiert hohe handwerkliche Qualität und technisches Know-how
- pflegt einen partnerschaftlichen Umgang

IMPRESSUM:

HERAUSGEBER: IFBS-Industrieverband für Bausysteme im Metallleichtbau e. V.
Max-Planck-Straße 4 · 40237 Düsseldorf
Telefon 0211 91427-0 · Fax 0211 672034
Internet: www.IFBS.de · E-Mail: post@IFBS.de

Die in dieser Schrift veröffentlichten Texte und Grafiken sind urheberrechtlich geschützt. Die zugrunde liegenden Informationen wurden mit größter Sorgfalt recherchiert und redaktionell bearbeitet. Eine Haftung ist jedoch ausgeschlossen.
Kein Teil dieser Schrift darf innerhalb und außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ohne schriftliche Genehmigung des IFBS in irgendeiner Form reproduziert oder in eine von Maschinen verwendbare Sprache übertragen werden.

Weitere Schriften:

Das komplette Schriftenverzeichnis erhalten Sie unter: www.IFBS.de

A.05.06.1000